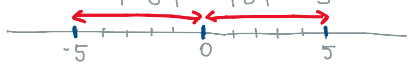
Absolutna vrednost

Definicija: $|x| = \begin{cases} x \ ; & x \geq 0 \\ -x \ ; & x < 0 \end{cases}$

$|x|$ ... oddaljenost števila od izhodišča

$|-5| = |5| = 5$



1. Zapiši nasprotne vrednosti naslednjih števil in izrazov

$$-3 \quad , \quad \frac{3}{7} \quad , \quad \sqrt{11} \quad , \quad a-b \quad , \quad -x+y-2$$

$3 \ , \ -\frac{3}{7} \ , \ -\sqrt{11} \ , \ -a+b \ , \ x-y+2$

2. Izračunaj absolutne vrednosti števil

$$|5| \quad , \quad |0| \quad , \quad |-\tfrac{3}{4}| \quad , \quad |-7| \quad , \quad |(-2)\cdot 3| \quad , \quad |3-\pi|$$

3. Izračunaj

(a) $|-2| - 2 \cdot |-5|$

(b) $|5-3| - |1-4|$

3. a) $\overbrace{|-2|}^{2} - 2 \cdot \overbrace{|-5|}^{5} = 2 - 2 \cdot 5 = -8$

$\underbrace{|5-3|}_{2} - \underbrace{|1-4|}_{3} = 2 - 3 = -1$

4. Obravnavaj funkcije in nariši njihove grafe

(a) $f(x) = 2x - 1 + |x-2|$

(b) $f(x) = \frac{|x|+1}{x+1} + |x|$

4. a) $f(x) = 2x - 1 + |x-2|$

po definiciji: $|x-2| = \begin{cases} x-2 \ ; & x-2 \geq 0 \ [x \geq 2] \\ -x+2 \ ; & x-2 < 0 \ [x < 2] \end{cases}$

Funkcija dobi dvojni predpis:

I. $x - 2 \geq 0 \ [x \geq 2]$

$f(x) = 2x - 1 + x - 2 = 3x - 3$

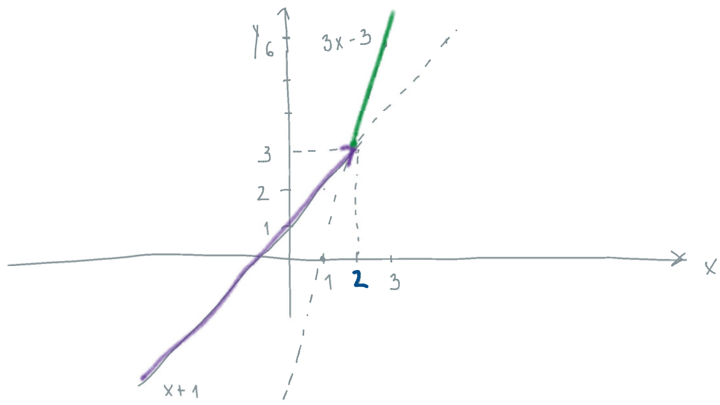
II. $x - 2 < 0 \ [x < 2]$

$f(x) = 2x - 1 - x + 2 = x + 1$

$f(x) = \begin{cases} 3x - 3 \ ; & x \geq 2 \\ x + 1 \ ; & x < 2 \end{cases}$

x	y
1	0
2	3
3	6

x	y
0	1
1	2
2	3
3	4



5. Reši enačbe.

(a) $|x-1|=2$

(b) $|-x+3|=7$

(c) $|x+7|-|x+4|=15$

(d) $|2-x|=|x+5|$

(e) $||x|-2|=|2|x|+4|$

6. Reši neenačbe.

(a) $|2x+3|<4$

(b) $1\leq|x+3|\leq 2$

(c) $|x-4|-|x+3|>5$

(d) $|2-x|-|3x+1|\leq 1$

(e) $|2-x|\leq 2+|2x+1|$

(f) $|x+2|-|2x-6|-3<1-|x|$

5. b) $|\underbrace{-x+3}_{7 \text{ ali } -7}| = 7$

I. $-x+3=7$
$-x=4$
$x=-4$

II. $-x+3=-7$
$-x=-10$
$x=10$

e) $||x|-2| = |2|x|+4|$

najprej definiramo notranjo absolutno vrednost:

$$|x| = \begin{cases} x \,; & x\geq 0 \quad \text{I.} \\ -x \,; & x<0 \quad \text{II.} \end{cases}$$

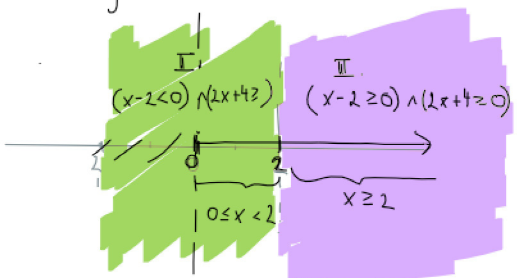
I. $x\geq 0$:

$$|x-2| = |2x+4|$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 \,; & x-2\geq 0 \\ -x+2 \,; & x-2<0 \end{cases} = \begin{cases} x-2 \,; & x\geq 2 \\ -x+2 \,; & x<2 \end{cases}$$

$$|2x+4| = \begin{cases} 2x+4 \,; & 2x+4\geq 0 \\ -2x-4 \,; & 2x+4<0 \end{cases} = \begin{cases} 2x+4 \,; & x\geq -2 \\ -2x-4 \,; & \cancel{x<-2} \end{cases}$$

skiciramo območja:



samo to območje obravnavamo, ker je pogoj $x\geq 0$

II. $x<0$:

definiramo

$$|-x-2| = |-2x+4|$$

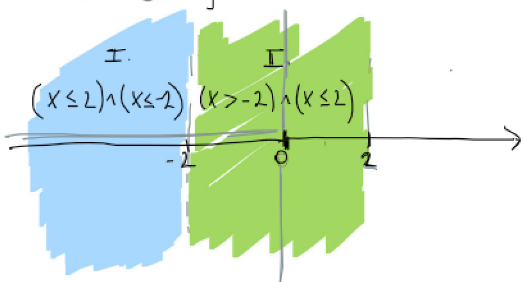
$$|-x-2| = \begin{cases} -x-2 \,; & -x-2\geq 0 \\ x+2 \,; & -x-2<0 \end{cases} = \begin{cases} -x-2 \,; & x\leq -2 \\ x+2 \,; & x>-2 \end{cases}$$

$$|-2x+4| = \begin{cases} -2x+4 \,; & -2x+4\geq 0 \\ 2x-4 \,; & -2x+4<0 \end{cases} = \begin{cases} -2x+4 \,; & x\leq 2 \\ 2x-4 \,; & \cancel{x>2} \end{cases}$$

prečrtamo zaradi pogoja $x<0$

možni preseki

skiciramo območja:



samo to območje obravnavamo, ker je pogoj $x<0$

$0\leq x<2$:
$-x+2 = 2x+4$
$-x-2x = 4-2$
$-3x = 2$
$x = -\frac{2}{3}$ // $x\geq 0$!

$x\geq 2$:
$x-2 = 2x+4$
$x-2x = 4+2$
$-x = 6$
$x = -6$ // $x\geq 0$!

$-2<x<0$:
$x+2 = -2x+4$
$x+3x = 4-2$
$4x = 2$
$x = \frac{2}{4}$
$x = \frac{1}{2}$ // $x<0$!

$x\leq -2$:
$-x-2 = -2x+4$
$-x+2x = 4+2$
$x = 6$ // $x<0$!

Enačba nima rešitve.

6. b) $1 \le |x+3| \le 2$ $\quad [\, |x+3| \ge 1 \ \wedge\ |x+3| \le 2 \,]$

rešujemo posebej in nato gledamo presek med rešitvama

$|x+3| \ge 1$

I. $x \ge -3$

$x+3 \ge 1$

$x \ge -2$

presek

$\boxed{x \ge -2}$

II. $x < -3$

$-x-3 \ge 1$

$-x \ge 4$

$x \le -4$

presek

$\boxed{x \le -4}$

unija

$|x+3| \le 2$

I. $x \ge -3$

$x+3 \le 2$

$x \le -1$

$\boxed{-3 \le x \le -1}$

II. $x < -3$

$-x-3 \le 2$

$-x \le 5$

$x \ge -5$

$\boxed{-5 \le x < -3}$

unija

$$|x+3| = \begin{cases} x+3; & x+3 \ge 0 \\ -x-3; & x+3 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x+3; & x \ge -3 \quad \text{I} \\ -x-3; & x < -3 \quad \text{II} \end{cases} \ \text{ali}$$

$(x \ge -2) \cup (x \le -4)$ presek $-5 \le x \le -1$

končna rešitev: $[-5,-4] \cup [-2,-1]$

! • med pogojem in pripadajočo rešitvijo enačbe vedno vzamemo presek

! • če je „ali" vzamemo unijo:

npr. (rešitev I.) $\cup$ (rešitev II.)

! • če je „in hkrati" vzamemo med rešitvama presek:

npr.

(rešitve od $|x+1| \ge 1$) $\cap$ (rešitve od $|x+1| < 2$)