DELJIVOST V NARAVNIH ŠTEVILIH

$a | b$ natanko takrat, ko je $b = k \cdot a$

a = delitelj
b = deljenec
k = količnik

TRDITEV: število 1 deli vsako naravno število 1 | a   ker je a = 1 · a

LASTNOSTI RELACIJ DELJIVOSTI

- refleksivnost $a | a$
- antisimetričnost $a | b$ in $b | a \rightarrow a = b$
- tranzitivnost $a | b$ in $b | c \rightarrow a | c$

Trditev: $a | k \cdot a$

Trditev: $a | b$ in $a | c$: $a | b + c$
$a | b - c$

KRITERIJI DELJIVOSTI

- število je deljivo z 2, če je zadnja števka (enice) 0, 2, 4, 6, 8!
- Število je deljivo z 10, če so enice 0
- Število je deljivo s 5, če so enice 0, 5
- Število je deljivo s 3 (oziroma 9), če je vsota števk deljiva s 3 (oziroma 9)
- Število je deljivo s 6, če je deljivo z 2 in 3!
- Število je deljivo s 4, če je dvomestni konec deljiv s 4.
- Število je deljivo z 8, če je trimestni konec deljiv z 8.

PRAŠTEVILA IN SESTAVLJENA ŠTEVILA

Definicija:
Praštevilo je naravno število večje od 1, ki ima natanko 2 delitelja (število 1 in samega sebe).
Praštevila: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, ..
Sestavljena števila: so števil, ki imajo vel kot 2 delitelja.
Vsako sestavljeno število se da zapisati kot produkt potenc samih praštevil (osnovni izrek aritmetike).

Tokrat govorimo o razcepu na prafaktorje:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

↳ razcep

OSNOVNI IZREK O DELJENJU

Izrek: a, b C IN in a > b , potem obstojata taki naravni števili k in r, da velja:

$$\underbrace{a}_{\text{deljenec}} = \underbrace{k}_{\text{količnik}} \cdot \underbrace{b}_{\text{delitelj}} + \underbrace{r}_{\text{ostanek}}$$

NAJVEČJI SKUPNI DELITELJ IN NAJMANJŠI SKUPNI VEČKRATNIK ŠTEVIL:

$$D(a,b) \text{ in } v(a,b)$$

D(24,60) = 6

DEFINICIJA: največji skupni delitelj dveh števil, je tisto največje število, ki deli obe števili hkrati.

KAKO RAČUNAMO D(a,b)?

- na pamet (za manjša števila)
- s pomočjo razcepa na prafaktorje (če število razcepimo na prafaktorje je največji skupni delitelj produkt potenc SKUPNIH prafaktorjev, pri čemer za eksponenta vzamemo najmanjšega od eksponentov.
- z evklidovim algoritmom

v(20,15) = 60

KAKO RAČUNAMO v(a,b)?

- na pamet (za majhna števila)
- s pomočjo razcepa na prafaktorje
- s FORMULO, če že ima največji skupni delitelj

Kadar iščemo najmanjši skupni večkratnik s pomočjo razcepa na prafaktorje je v(a,b) produkt potenc vseh prafaktorjev pri čemer za eksponent vzamemo največjega od eksponentov.

Evklidov algoritem
Postopek za računanje največjega skupnega delitelja 2 šz. Temelji na osnovnem izreku o deljenju. NAJ BO **a > b** . POTEM VELJA:

$$a = k_0 \cdot b + r_0$$
$$b = k_1 \cdot r_0 + r_0$$
$$r_0 = k_2 \cdot r_1 + r_2$$
$$\ldots$$

Deljenje se gotovo izide, saj se ostanki manjšajo. **Zadnji ostanek, ki ima enak 0 je največji skupni delitelj**. Tako pa potem izačunamo najmanjši skupni večkratnik:

$$v(a,b) = \frac{a \cdot b}{D(a,b)}$$