NEENAČBE

Neenačba je zapis sestavljen iz dveh matematičnih izrazov, ki ju imenujemo leva in desna stran neenačbe, in iz **neenačaja**, ki stoji med njima.

Neenačaj je lahko znak **<, >, ≤, ≥** (ali tudi ≠). V neenačbi nastopajo tudi spremenljivke, ki jih v tem primeru imenujemo **neznanke**. Najpogosteje v matematiki srečamo neenačbe z eno neznanko, ki je ponavadi označena s črko x.

Rešitev neenačbe z eno neznanko je realno število, pri katerem neenakost velja. (Torej: če vstavimo to število namesto neznanke, dobimo na levi strani res manjši (oziroma večji/ večji ali enak/ manjši ali enak) rezultat kot na desni strani.)

Vse rešitve neenačbe sestavljajo množico rešitev neenačbe. Množico vseh rešitev dane neenačbe označimo z **oznako R**.

Zgledi:

1.) $3x \leq 6 \quad /:3$

$R: \quad \underline{\underline{x \leq 2}} \quad$ ali $\quad x \in (-\infty, 2]$

2.) $x + 5 > x$

$x - x > -5$ uredimo

$0 > -5$ ✓ vedno velja $\quad R: x \in \mathbb{R}$

Neenačba $x + 5 > x$ ima za rešitev vsako realno število, saj je leva stran vedno večja od desne. Torej je $R = \mathbb{R}$.

3.) $x^2 > 0 \quad / \sqrt{}$

$\underline{\underline{|x| > 0}}$ vsa realna št. razen nič

$R: \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ali $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

$\sqrt{x^2} = |x|$

Neenačba $x^2 > 0$ ima za rešitev vsako realno število razen 0.

Dve neenačbi sta **enakovredni** (**ekvivalentni**), če imata enaki množici rešitev.

Zgled:

Neenačbi $x + 5 < 25$ in $-x > -20$ sta enakovredni, saj je za obe množica rešitev $R = (-\infty, 20)$.

Reševanje neenačb

Neenačbo rešimo tako, da jo preoblikujemo v drugo neenačbo, ki je prvotni enakovredna (tj. ima isto množico rešitev), vendar pa je po obliki preprostejša.

Pri reševanju neenačb uporabljamo zlasti naslednje postopke, ki so posledica lastnosti relacije urejenosti realnih števil (rezultat je vedno neenačba, ki je prvotni ekvivalentna):

- Levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo isto število (ali tudi neznanko ali daljši matematični izraz).
- Če levo in desno stran neenačbe pomnožimo ali delimo z istim **pozitivnim** številom, se **neenačaj ohrani.**
- Če levo in desno stran neenačbe pomnožimo ali delimo z istim **negativnim** številom, se **neenačaj obrne**.

Pri reševanju neenačb upoštevamo tudi naslednje **opozorilo:**

- Če levo in desno stran neenačbe pomnožimo ali delimo z izrazom, ki vsebuje neznanko, dobljena neenačba praviloma **ni** enakovredna prvotni, zato tega postopka pri reševanju neenačb **ne uporabljamo**. (Problem izvira iz dejstva, da je pri različnih vrednostih neznanke izraz lahko pozitiven, negativen ali tudi enak 0. Če vemo, da je vrednost določenega izraza zagotovo pozitivna, levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo s tem izrazom.)

Preproste neenačbe

Nekaj nasvetov za reševanje preprostejših tipov neenačb z eno neznanko:

- **Neenačbo prve stopnje** (linearno neenačbo z eno neznanko) rešimo tako, da prenesemo člene z neznanko na eno stran, člene brez neznanke pa na drugo stran. Ne pozabimo, da se neenačaj pri deljenju z negativnim številom obrne.

<u>Zgled:</u>

$$3x + 4 < 5x - 6$$
$$3x - 5x < -6 - 4$$
$$-2x < -10 \quad /:(-2)$$
$$\underline{x > 5}$$

$$R: \underline{x \in (5, \infty)}$$

- **Težje neenačbe** (kvadratne, polinomske, racionalne ipd) pogosto rešujemo s sliko.
Najprej prenesemo vse člene na levo stran, da dobimo obliko *f* (x) > 0 (oziroma <, ≤, ≥ 0).
Potem narišemo graf funkcije *y* = *f* (x).
S pomočjo grafa ugotovimo, kje je vrednost funkcije večja od 0 (oziroma <, ≤, ≥ 0).

kvadratna neenačba

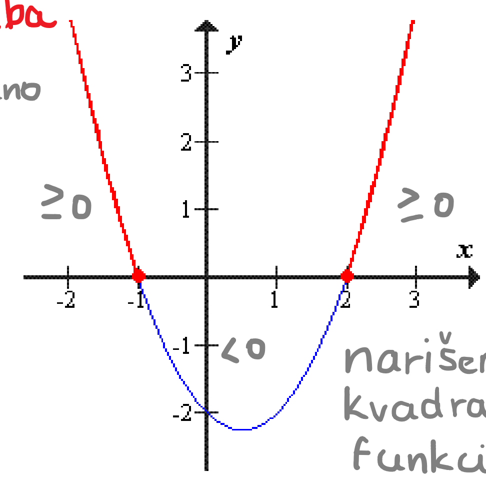
<u>Zgled:</u>

$$x^2 \geq x + 2$$

vse na eno stran

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$
$$\underbrace{(x+1)}_{=0}\underbrace{(x-2)}_{=0} \geq 0$$
$$x = -1 \qquad x = 2$$

$$R: \underline{x \in (-\infty, -1] \cup [2, \infty)}$$



narišemo kvadratno funkcijo in preberemo rešitev

- Če na levi in desni strani neenačbe uporabimo povsod rastočo funkcijo, se neenačaj ohrani.
  Če pa na levi in desni strani neenačbe uporabimo povsod padajočo funkcijo, se neenačaj obrne.

Zgled: (Na obeh straneh neenačbe uporabimo padajočo funkcijo $\log_{1/2}$, zato se neenačaj obrne.)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \quad / \log_{\frac{1}{2}}$$

padajoča f.

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$x - 2 < 4$$

$$x < 6$$

$$R: x \in (-\infty, 6)$$

Sistemi neenačb

Sistem neenačb z eno neznanko rešimo tako, da rešimo vsako posamezno neenačbo.

Rešitev sistema je presek množic rešitev posameznih neenačb.

Zgled:
Dan je sistem neenačb: $x^2 \leq 4$ in $1 - x > 0$

Najprej rešimo prvo neenačbo in dobimo: $x \in [-2, 2]$

Potem rešimo drugo neenačbo in dobimo: $x \in (-\infty, 1)$

Rešitev sistema neenačb je **presek** obeh tako dobljenih množic, torej:

$$x \in [-2, 1)$$

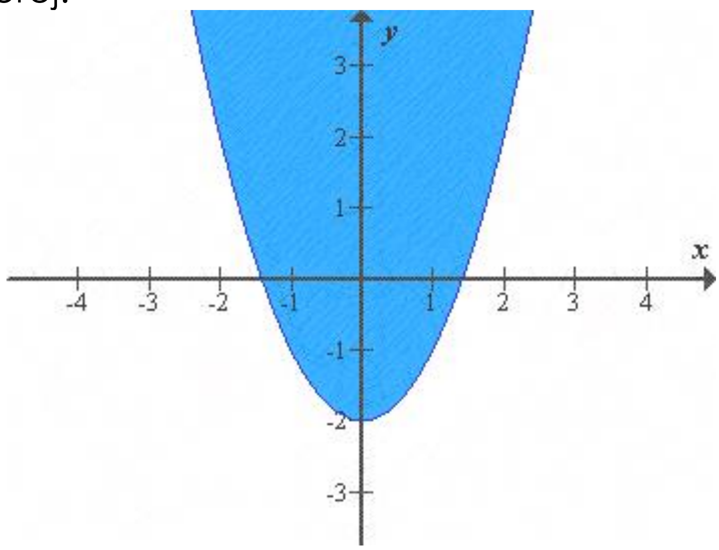
Neenačba z dvema neznankama

Rešitev neenačbe z dvema neznankama (x, *y*) je vsaka točka *T*(*x*, *y*), za katero neenakost velja. To pomeni, da rešitve neenačbe z dvema neznankama sestavljajo množico točk v ravnini.

Zgled:
Dana je neenačba: $y \geq x^2 - 2$

Rešitve neenačbe so vse točke, ki ležijo na grafu funkcije $y = x^2 - 2$ ali nad njim.

Torej:



Sistem neenačb z dvema neznankama rešimo tako, da rešimo vsako posamezno neenačbo. Rešitev sistema je presek množic rešitev posameznih neenačb.