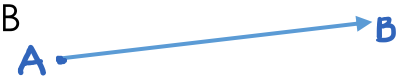
VEKTORJI

- vektor je **usmerjena daljica**

- skozi 2 točki lahko narišemo natanko 2 vektorja, ki se razlikujeta le v smeri in ju zato imenujemo **nasprotna** vektorja

- vsak urejen par točk (a,b) na ravnini ali v prostoru določa vaktor, ki ima začetek v točki A in konec v točki B



- usmerjeni daljici AB in CD določata isti vektor natanko takrat, ko sta **vzporedni, enako dolgi in kažeta v isto smer**

- **vsota vektorjev:** (lastnosti)
    1. komutativnost **a + b = b + a**
    2. asociativnost **(a + b) + c = a + (b + c)**
    3. nevtralni element za seštevanje: **a + 0 = a**
    4. nasprotni element vektorja a je –a, saj: **a + (-a) = 0**
    5. **(-a) + (-b) = - (a + b)**

- **razlika vektorjev:**
    - razlika vektorjev a - b je vektor, ki ga moramo prišteti vektorju b, da dobimo b, da dobimo vektor a

- **vzporedni premik ali translacija** nam ohranja vektorje

- **produkt vektorja s skalarjem** m je vektor m · a, ki je vzporeden vektorju a, ima dolzino m · a in je enako usmerjen kot vektor a, če je m > 0 in nasprotno usmerjen kot a , če je m < 0

- produkt vektorja s skalarjem (lastnosti):
    1. **asociativnost** v skalarnem faktorju **n(m · a) = (n · m)a**
    2. **distributivnost** v skalarnem faktorju **(n+m)a = n · a + m · a**
    3. **distributivnost** v vektorskem faktorju **m(a+b) = m · a + m · b**

- **enotski vektor** je vektor z dolžino 1

- vektorja a in b sta **vporedna ali kolinearna**, če lahko enega izrazimo z drugim

- vektorja a in b sta kolinearna natanko takrat, ko je b enak m · a, kjer je m skalar: $\vec{b} = m \cdot \vec{a}$

- naj bosta vektorja a in b dva nekolinearna vektorja v ravnini. Potem lahko vsak vektor iz te ravnine napišemo na en sam način, kot linearno kombinacijo

- **linearna kombinacija vektorjev**: $\vec{c} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b}$

- če sta a in b nekolinearna vektorja v ravnini, potem a in b predstavljata bazo ravnina; a in b sta bazna vektorja in sta linearno neodvisna

- a_1, a_2, ..., a_n so **linearno neodvisni vektorji**, če se **vsaj eden izmed njih izraža kot linearna kombinacija od drugih**

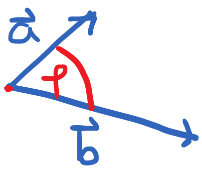
- vektorji a_1, a_2, ..., a_n so linearno odvisni natanko takrat, kadar obstaja linearna kombinacija vektorjev a_1, a_2, ..., a_n, ki je enaka 0 in v kateri je vsaj en koeficient različen od 0

- dva vektorja sta linearno neodvisna natanko takrat, ko nista vzporedna. **Trije vektorji so linearno odvisni** natanko takrat, ko so **KOMPLANARNI**

- vektorji so komplanarni, če **ležijo na isti ravnini**

- skalarni produkt : $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$ – kot ,fi'

- skalarni produkt ned dvema vektorjema je število, ki ga dobimo tako, da **pomnožimo dolžini vektorjev s kosinusom njenega vmesnega kota**



- skalarni produkt (lastnosti):
  1. komutativnost **a · b = b · a**
  2. distributivnost **(a+b) c = a · c + b · c**
  3. a · a = a · a · cos 90°= a^2
  4. |a| = $\sqrt{a \cdot a}$
  5. a je pravokoten na b => **a · b = 0**
  6. **a(m · b) = m(a · b) = (m · a)b**

3. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

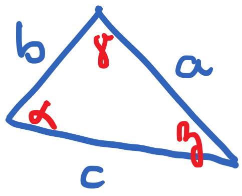
4. $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$

5. $\vec{a} \perp \vec{b}$: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

a, b = vektorja

m = skalar

- kosinusni izrek nam predstavlja zvezo med stranicami in koti. Uporabljamo ga kadar poznamo:
  a) 2 stranici in vmesni kot
  b) 3 stranice



- **KOSINUSNI IZREK**:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

PRAVOKOTNOST:

- premici sta ortogonalni, kadar oklepata pravi kot
- premica p je pravokotna na ravnino ϕ , kadar je pravoktna na vsaj 2 nevzporedni premici ravnine ϕ
- lastnosti:
  1) 2 pravokotnici na isto ravnino sta vzporedni
  2) dana je ravnina ϕ in točka a. Obstaja natanko ena pravokotnica na ravnino ϕ, ki poteka skozi točko a
  3) naj bo 0 točka na premici p. Obstaja natanko 1 ravnina , ki vsebuje točko 0 in je pravokotna na to premico p.

- pravokotna projekcija točke je najbližja točka ravnini
- pravokotna projekcija tocke je najkrajša razdalja točke do ravnine
- pravokotna projekcija premice je premica
- pravokotni projekciji vzporednih premic sta vzporedni
- kot med premico in ravnino je kot med premico in njeno pravokotno projekcijo na to ravnino
- kot med daljico in ravnino je kot med nosilko daljice in ravnino
- kot α med ravnino in premico je komplementaren kotu β med to premico in pravokotnico na dano ravnino
- če daljica AB oklepa kot α z ravnino ϕ in je daljica A'B' njena pravokotna projekcija na ravnino ϕ, potem velja da je $|A'B'| = |AB| \cdot \cos\phi$
- razdalja med točko in ravnino je razdalja med točko in njeno pravokotno projekcijo med to ravnino

PRAVOKOTNI KOORDINATNI SISTEM V PROSTORU

- komponente vsote oz. razlike vektorjev dobimo tako, da seštejemo oz. odštejemo enakoležne komponente členov:
  $a + b = (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$
  $a - b = (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$

- vektor pomnožimo tako s skalarjem, da s skalarjem pomnožimo vse njegove komponente:
  $$m \cdot (a_1, a_2, a_3) = (m \cdot a_1, m \cdot a_2, m \cdot a_3)$$

- **krajevni vektor** točke A v prostoru je razdalja točke od koordinatnega izhodišča in ima enake komponente kot točka A

- razpolovišče: $\left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}, \frac{a_3+b_3}{2}\right)$

- težišče: $\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3}, \frac{a_2+b_2+c_2}{3}, \frac{a_3+b_3+c_3}{3}\right)$

SKALARNI PRODUKT V KOORDINATNEM SISTEMU:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1, a_2, a_3) \cdot (b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

- dolžina vektorja a:

$$|\vec{a}| = |(a_1, a_2, a_3)| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

- vsakemu vektorju lahko priredimo enotski vektor, tako da dani vektor delimo z njegovo dolžino

VEKTORSKI PRODUKT dveh vektorjev nam da kot rezultat vektor

- lastnosti:
  - rezultat je vektor, ki je pravokoten na dana vektorja
  - smer je definirana tako kot določata a in b (ima smer desno sučnega vijaka)
  - 2 vektorja sta kolinearna (vzporedna) takrat, kadar je njun vektorski produkt enak 0

- **VEKTORSKI PRODUKT v koordinatnem sistemu**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \cdot \vec{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \cdot \vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \cdot \vec{k}$$

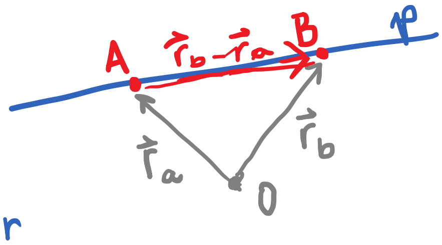
$$= (a_2 b_3 - b_2 a_3) \cdot \vec{i} - (a_1 b_3 - b_1 a_3) \vec{j} + (a_1 b_2 - b_1 a_2) \cdot \vec{k}$$

$$= (a_2 b_3 - b_2 a_3,\ b_1 a_3 - a_1 b_3,\ a_1 b_2 - b_1 a_2)$$

***ENACBA PREMICE V PROSTORU (ni za srednješolske programe)**

$$\vec{r} = \vec{r}_a + t \cdot (\underbrace{\vec{r}_b - \vec{r}_a}_{\vec{AB} = \vec{v}})$$

$$\vec{r} = \vec{r}_a + t \cdot \underbrace{\vec{v}}_{\text{smerni vektor}}$$



$$(\underbrace{x, y, z}_{\text{točka na premici v splošnem}}) = (a_1, a_2, a_3) + t \cdot (\underbrace{b_1 - a_1}_{v_1}, \underbrace{b_2 - a_2}_{v_2}, \underbrace{b_3 - a_3}_{v_3})$$

- parametrična enačba:

$$x = a_1 + t \cdot v_1$$
$$y = a_2 + t \cdot v_2$$
$$z = a_3 + t \cdot v_3$$

- klasična (kanonična) enačba:

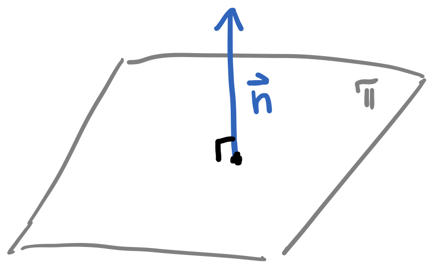
$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} = \frac{z - a_3}{v_3}$$

- 2 premici v prostoru sta vzporedni oz. pravokotni, če sta vzporedna oz. pravokotna njuna smerna vektorja

***ENAČBA RAVNINE V PROSTORU**

- poljubna točka T(x,y,z) leži na ravnini ϕ kadar zadošča enačbi **$ax + by + cz - d = 0$**

- vektor, ki ima izhodišče na ravnini in je pravokoten na vsak vektor te ravnine, imenujemo normalni vektor ali normala ravnine
- ravnini sta vzporedni, ko sta njuni normali vzporedni



π ... ravnina

$\vec{n}$ ... normala ravnine