#1 Izjave

NEGACIJA

$\neg$

A	¬A
p	n
n	p

KONJUNKCIJA

$\wedge$

A	B	A∧B
p	p	p
p	n	n
n	p	n
n	n	n

DISJUNKCIJA

$\vee$

A	B	A∨B
p	p	p
p	n	p
n	p	p
n	n	n

IMPLIKACIJA

$\Rightarrow$

A	B	A⇒B
p	p	p
p	n	n
n	p	p
n	n	p

EKVIVALENCA

$\Leftrightarrow$

A	B	A⇔B
p	p	p
p	n	n
n	p	n
n	n	p

Negacija izjave *A* je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava *A*.

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da obe izjavi povežemo z zvezo "in hkrati".

Disjunkcija izjav A in B nastane tako, da obe izjavi povežemo z zvezo "ali".

Implikacija je operacija, ki dve izjavi poveže z zvezo "sledi". Bere se tako: "iz izjave A sledi izjava B" ali tako: ''če velja izjava A, potem velja izjava B.''.

Ekvivalenca je operacija, ki dve izjavi poveže z zvezo "če in samo če" ali "natanko tedaj, ko".

DODATNA PRAVILA in LASTNOSTI

1) negacija od negacije A je A

$$\boxed{\neg(\neg A) = A}$$

2) komutativnost

$$\boxed{\begin{aligned} A \vee B &= B \vee A \\ A \wedge B &= B \wedge A \end{aligned}}$$

3) distributivnost

$$\boxed{\begin{aligned} A \wedge (B \wedge C) &= (A \wedge B) \wedge C \\ A \vee (B \vee C) &= (A \vee B) \vee C \end{aligned}}$$

4) distributivnostni zakon

$$\boxed{\begin{aligned} (A \vee B) \wedge C &= (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \\ (A \wedge B) \vee C &= (A \vee C) \wedge (B \vee C) \end{aligned}}$$

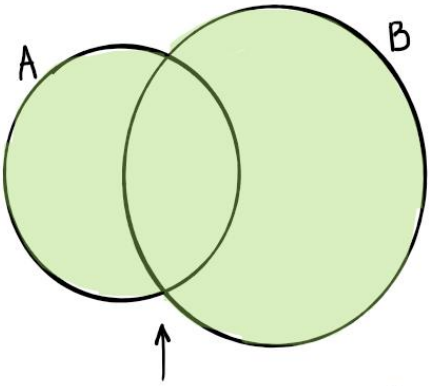
5) DeMorganov zakon

$$\boxed{\begin{aligned} \neg(A \vee B) &= \neg A \wedge \neg B \\ \neg(A \wedge B) &= \neg A \vee \neg B \end{aligned}}$$

$$\boxed{(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)}$$

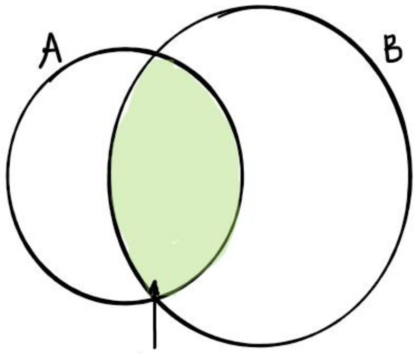
#2 Množice

UNIJA MNOŽIC



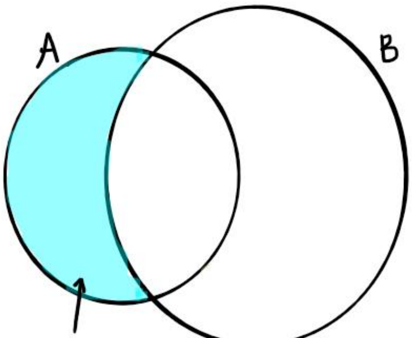
$A \cup B$ „A unija B"

PRESEK MNOŽIC



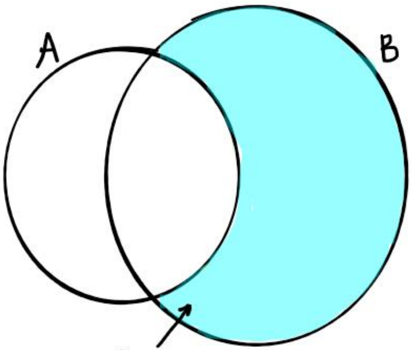
$A \cap B$ „A presek B"

RAZLIKA MNOŽIC



$A - B$ oziroma $A \setminus B$

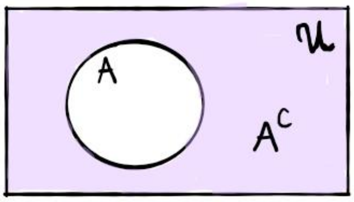
„A brez B"



$B - A$ oziroma $B \setminus A$

„B brez A"

KOMPLEMENT MNOŽICE



$\mathcal{U}$... univerzalna množica

A in A^c se dopolnjujeta v $\mathcal{U}$

→ $A \cup A^c = \mathcal{U}$

$A \cap A^c = \emptyset$

KARTEZIČNI PRODUKT

$A \times B$ „A kartezično B" je množica urejenih parov (a,b), kjer je $a \in A$ in $b \in B$.

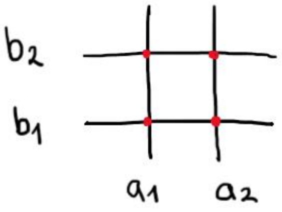
$\boxed{A \times B \neq B \times A}$

$\boxed{A \times B = \{(a,b);\ a \in A \wedge b \in B\}}$

$m(A \times B) = m(A) \cdot m(B)$

$A = \{a_1, a_2\}$ $B = \{b_1, b_2\}$

$A \times B = \{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(a_2,b_2)\}$



LASTNOSTI, SIMBOLI IN POJMI

$A \subseteq A$ (vsaka množica je podmnožica same sebe)

$\emptyset \subseteq A$ (prazna množica je podmnožica vsake množice)

$A - B = A \cap B^c$

$(A = B) \iff (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

(množici sta enaki natanko tedaj, ko sta ena drugi podmnožica)

$m(A)$ ... moč množice A je število elementov množice

$P(A)$ ... potenčna množica množice A je množica vseh podmnožic množice A

U ... univerzalna množica je vse, kar v nalogi obravnavamo

A^c ... komplement množice A je vse, kar je izven množice A

PRIMER REŠENE NALOGE iz SPLOŠNE MATURE

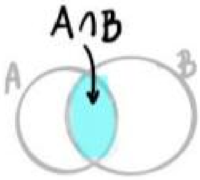
01. Naj bo $\mathcal{A}$ množica vseh praštevil, manjših od 20, $\mathcal{B}$ množica vseh deliteljev števila 12 in $\mathcal{C}$ množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ in $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$.

(7 točk)

$$\mathcal{A} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

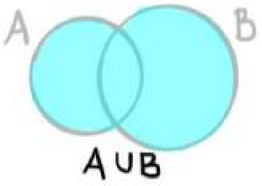
$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$



$$\mathcal{A} \cap B = \{2, 3\}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 15, 18\}$$



#3 Izrazi in razstavljanje

KVADRAT DVOČLENIKA (binoma)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

KUB DVOČLENIKA

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

PRODUKT DVEH BINOMOV

$$(a+b)(c+d) = \underline{a\cdot c} + \underline{a\cdot d} + \underline{b\cdot c} + \underline{b\cdot d}$$

IZPOSTAVLJANJE SKUPNEGA FAKTORJA (DISTRIBUTIVNOSTNI ZAKON)

$$a\cdot c + b\cdot c = (a+b)\cdot c = c\cdot(a+b)$$

RAZLIKA KVADRATOV

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

RAZLIKA KUBOV

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

VSOTA KUBOV

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

RAZCEP TRIČLENIKA (VIETOVO PRAVILO)

$$x^2 + (a+b)\cdot x + ab = (x+\underline{a})(x+\underline{b})$$

RAZCEP ŠTIRIČLENIKA

$$\underline{a\cdot c + a\cdot d} + \underline{b\cdot c + b\cdot d} = a\cdot\underline{(c+d)} + b\cdot\underline{(c+d)}$$

$$= \underline{(c+d)}(a+b)$$

dobimo enaka oklepaja

NE POZABI NA OSNOVNA PRAVILA RAČUNANJA

Komutativnost: $a\cdot b = b\cdot a$

Asociativnost: $a(bc) = (ab)c$

Nevtralni element za množenje: $1\cdot a = a$

Množenje z nič: $0\cdot a = \underline{0}$

$$b\cdot(-a) = -a\cdot b = \underline{-(ab)}$$

$$-b\cdot(-a) = -(-b\cdot a) = b\cdot a = \underline{ab}$$

$$-1\cdot a = \underline{-a}$$

$$a + a = \underline{2a} \qquad a\cdot a = \underline{a^2}$$

#4 Potence

eksponent

$$\boxed{a^{n} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ faktorjev}}}$$

osnova

Pravila za računanje :

1. množenje potenc z enako osnovo

$$\boxed{a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}}$$

2. deljenje potenc z enako osnovo

$$\boxed{a^{m} : a^{n} = a^{m-n}}$$

3. potenca od potence

$$\boxed{(a^{m})^{n} = a^{m \cdot n}}$$

4. potenca produkta / količnika

$$(ab)^{m} = a^{m} \cdot b^{m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{m} = \frac{a^{m}}{b^{m}}$$

$$a^{0} = 1$$

$$a^{1} = 1$$

→ negativni eksponent :

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad a^{-2} = \frac{1}{a^{2}}$$

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}} \qquad a \neq 0$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}} \qquad a, b \neq 0$$

→ lihi eksponent

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

→ sodi eksponent

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

PRIMER REŠENE NALOGE iz SPLOŠNE MATURE (junij 2019)

3. Rešite enačbi:

3.1.

$2^{x+3} \cdot 2^{x+5} = 32$

(3)

3.2.

$2^{x+3} + 2^{x+5} = 5$

(3)
(6 točk)

3.1.

$$2^{x+3} \cdot 2^{x+5} = 32$$
$$2^{x+3+x+5} = 32$$
$$2^{2x+8} = 2^5$$
$$2x + 8 = 5$$
$$2x = 5 - 8$$
$$2x = -3 \quad /:2$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

Množenje potenc z enako osnovo

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

Eksponentna enačba oblike:

$a^x = a^y$) enačimo eksponente

$x = y$

3.2.

$$2^{x+3} + 2^{\boxed{x+5}} = 5$$

← Izpostavimo najmanjšo potenco

$$2^{x+3}(1 + 2^2) = 5$$

ker je $(x+3)+2 = x+5$

$$2^{x+3} \cdot 5 = 5 \quad /:5$$
$$2^{x+3} = 1$$
$$2^{x+3} = 2^0$$
$$x + 3 = 0$$
$$x = -3$$

#5 Deljivost

LASTNOSTI in RELACIJA DELJIVOSTI

$$\overset{\text{delitelj}}{a} \,|\, \overset{\text{večkratnik}}{b} \iff b = k \cdot a \; ; \; k \in \mathbb{Z}$$

„a deli b"

a je delitelj števila b

b je večkratnik števila a

Lastnosti relacije deljivosti:

1) $(a|b) \wedge (b|c) \Rightarrow (a|c)$

2) $(a|b) \wedge (a|c) \Rightarrow (a|b+c)$

3) $a|b \Rightarrow k \cdot a \,|\, k \cdot b$

Največji skupni delitelj je največje naravno število, ki deli vsa dana števila. *Najmanjši skupni večkratnik* je najmanjše naravno število, ki je deljivo z vsemi danimi števili. Iščemo ju z metodo razcepa na praštevila ali z Evklidovim algoritmom.

Praštevilo je število, ki ima natanko dva delitelja, 1 in samega sebe. Praštevila manjša od 20 so:

2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19

Sestavljeno število je število, ki ima več kot dva delitelja.

Razcep na praštevila:

$$n = p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot p_n^{m_n}$$

p_i … praštevila

m_i … stopnje praštevil

$$\underset{n}{2400} = \underset{p_1}{2}^{\overset{m_1}{5}} \cdot \underset{p_2}{3}^{\overset{m_2}{1}} \cdot \underset{p_3}{5}^{\overset{m_3}{2}}$$

ZGLED: Poiščimo največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 2400 in 3780.

delimo s praštevili

2400	2	2^5
1200	2	
600	2	
300	2	
150	2	
75	3	3^1
25	5	5^2
5	5	
1		

$2400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$

3780	2	2^2
1890	2	
945	3	3^3
315	3	
105	3	
35	5	5^1
7	7	7^1
1		

zapišemo v vrstnem redu

$3780 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

$D(2400, 3780) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$D(2400, 3780) = 60$

$v(2400, 3780) = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

$v(2400, 3780) = 151\,200$

KRITERIJI DELJIVOSTI

Število je deljivo:

- z 2, če je zadnja števka 0, 2, 4, 6, 8
- s 3, če je vsota vseh števk število, deljivo s 3
- s 4, če zadnji dve števki tvorita število, deljivo s 4
- s 5, če je zadnja števka 0 ali 5
- s 6, če je število deljivo z 2 in s 3 hkrati
- z 8, če zadnje tri števke tvorijo število, deljivo z 8
- z 9, če je vsota vseh števk število, deljivo s 9
- z 10, če je zadnja števka 0

OSNOVNI IZREK O DELJENJU

Pri deljenju števila a s številom b dobimo količnik k in ostanek r.

$$\underbrace{a}_{\text{deljenec}} = \underbrace{k}_{\text{količnik}} \cdot \underbrace{b}_{\text{delitelj}} + \underbrace{r}_{\text{ostanek pri deljenju}} \quad ; \quad 0 \le r < b$$

$a : b = k$; ostanek r

EVKLIDOV ALGORITEM

Je metoda, s katero poiščemo največji skupni delitelj dveh izbranih števil brez da bi naredili praštevilski razcep.

Zgled enak kot prej, iščemo *D*(2400, 3780):

$$\begin{array}{rcl}
a & = & k \quad b \quad + \quad r \\
3780 & = & 1 \cdot 2400 + 1380 \\
2400 & = & 1 \cdot 1380 + 1020 \\
1380 & = & 1 \cdot 1020 + 360 \\
1020 & = & 2 \cdot 360 + 300 \\
360 & = & 1 \cdot 300 + \boxed{60} \rightarrow D(2400, 3780) \\
300 & = & 5 \cdot 60 + 0
\end{array}$$

Zadnji neničelni ostanek

S pomočjo naslednje formule pa lahko izrazimo še najmanjši skupni večkratnik danih števil:

$$\boxed{a \cdot b = v(a,b) \cdot D(a,b)}$$

$v(a,b)$... najmanjši skupni večkratnik števil a in b

$D(a,b)$... največji skupni večkratnik števil a in b

$$v(2400, 3780) = \frac{2400 \cdot 3780}{60}$$

$$= 151\,200$$

#6 Ulomki

a ← števec

$\overline{}$ ← ulomkova črta

b

↑ imenovalec

„a deljeno z b"

„a ulomljeno z b"

$b \neq 0$ (imenovalec $\neq 0$)

$$\frac{a}{b} = a : b$$

RAČUNSKE OPERACIJE Z ULOMKI

1) Seštevanje / odštevanje ulomkov (različna imenovalca)

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}}$$

2) Seštevanje / odštevanje ulomkov (enak imenovalec)

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}}$$

3) Množenje ulomkov

$$\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}}$$

4) Množenje ulomka s celim številom

$$\boxed{c \cdot \frac{a}{b} = \frac{c \cdot a}{b}}$$

5) Deljenje ulomkov

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}}$$

obratni ulomek od $\frac{a}{b}$ je $\frac{b}{a}$: $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}}$

nasprotni ulomek od $\frac{a}{b}$ je $-\frac{a}{b}$

Enakost ulomkov:

$$\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right) \Leftrightarrow \left(a \cdot d = b \cdot c\right)$$

Razširjanje ulomka:

$$\frac{a}{b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} \qquad k \neq 0$$

Krajšanje ulomka:

$$\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k} \qquad k \neq 0$$

$$\frac{0}{a} = 0 \qquad \frac{a}{0} \text{ ne obstaja}$$

$$\frac{a}{1} = a \qquad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{a} = 1 \qquad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

#7 Decimalni zapis

ZGLED: $\underbrace{7}_{\text{celi del}},\underset{\uparrow\,\text{desetine}}{1}\overset{\text{stotine}\,\downarrow}{0}\underset{\uparrow\,\text{tisočine}}{5}\ldots$

$$0,\underbrace{1} = \frac{1}{10} \qquad 0,\underbrace{02} = \frac{2}{100}$$

$$3,\underbrace{1} = 3\frac{1}{10} \qquad 1,\underbrace{53} = 1\frac{53}{100}$$

Ulomek → Decimalni zapis

- ulomek razširimo na $\frac{}{10}, \frac{}{100}, \frac{}{1000}, \ldots$ in pretvorimo v decimalni zapis
- števec delimo z imenovalcem, količnik je decimalni zapis

PRIMER REŠENE NALOGE iz SPLOŠNE MATURE (junij 2009)

02. Okrajšajte ulomke:

a) $\frac{204}{5202}$

(3 točke)

b) $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$ $(x \neq -3,\ x \neq 3)$

(3 točke)

c) $\frac{n!}{n!+(n+1)!}$ $(n \in \mathbb{N})$

(2 točki)

a) $\frac{204:2}{5202:2} = \frac{102:3}{2601:3} = \frac{34:17}{867:17} = \frac{2}{51}$

b) $\frac{x^2-3x}{x^2-9} = \frac{x\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)} = \frac{x}{x+3}$

$$\boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b)}$$

c) $\frac{n!}{n!+(n+1)!} = \frac{n!}{n!+(n+1)\cdot n!} = \frac{\cancel{n!}}{\cancel{n!}(1+n+1)} = \frac{1}{n+2}$

izpostavimo n!

$$n! = n\cdot\underbrace{(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1}_{(n-1)!} = n\cdot(n-1)!$$

$$(n+1)! = (n+1)\cdot n!$$

#8 Kvadratni in kubični koren

kvadratni : $\sqrt{a}$ ... koren stopnje 2

kubični : $\sqrt[3]{a}$ ... koren stopnje 3

1) seštevanje / odštevanje korenov

ZGLED a) $3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ seštejemo koeficiente, koren prepišemo

b) $\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$ = ne moremo združiti

2) množenje korenov

$$\boxed{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}} \qquad \boxed{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a\cdot b}}$$

3) deljenje korenov

$$\boxed{\begin{array}{l}\sqrt{a} : \sqrt{b} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}} \\ \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} = \dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}\end{array}}$$

Pogoj za kvadratni koren $\sqrt{a}$: $a \geq 0$

$\sqrt{-2}$ ne obstaja v realnih številih

Pod kubičnim korenom je lahko vsak $a \in \mathbb{R}$.

Koren → potenca z racionalnim eksponentom

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \qquad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

→ v splošnem (koreni višjih stopenj):

$$\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}}$$

#9 Interval

- **ODPRTI INTERVAL** je interval, ki vsebuje vsa realna števila med krajiščema, vendar ne vsebuje krajišč.

$$(a,b) = \{x;\ a < x < b\}$$

- **ZAPRTI INTERVAL** je interval, ki vsebuje vsa realna števila med krajiščema ter obe krajišči.

$$[a,b] = \{x;\ a \le x \le b\}$$

- **POLODPRTI INTERVAL** je interval, ki vsebuje vsa realna števila med krajiščema ter eno od krajišč.

a ni vsebovan b je vsebovan

$$(a,b] = \{x;\ a < x \le b\}$$

$$[a,b) = \{x;\ a \le x < b\}$$

Puščica pri krajišču pomeni, da krajišče NI vsebovano, pika pri krajišču pa pomeni, da krajišče JE del intervala.

- **NESKONČNI INTERVALI** so intervali, ki so vsaj na eni strani neomejeni (gredo v plus ali minus neskončnost)

$(-\infty, a) = \{x\, ;\, x < a\}$

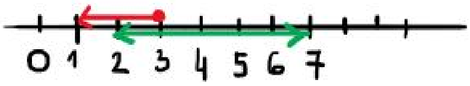
$(-\infty, a] = \{x\, ;\, x \leq a\}$

$(a, \infty) = \{x\, ;\, x > a\}$

$[a, \infty) = \{x\, ;\, x \geq a\}$

$(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$ vsa realna števila

- **UNIJA INTERVALOV** je množica realnih števil, ki vsebuje števila iz enega ali drugega intervala (torej vse iz obeh)



$(1, 3] \cup (2, 7) = \underline{(1, 7)} = \{x\, ;\, 1 < x < 7\}$

- **PRESEK INTERVALOV** je množica realnih števil, ki vsebuje števila iz obeh intervalov hkrati (le skupno)

$(1, 3] \cap (2, 7) = \underline{(2, 3]} = \{x\, ;\, 2 < x \leq 3\}$

#10 Absolutna vrednost

DEFINICIJA

$$\boxed{|a| = \begin{cases} a \; ; & a \geq 0 \\ -a \; ; & a < 0 \end{cases}}$$

→ ima dvojni predpis

ZGLED:

$-3 < 0:$

$|-3| = 3$

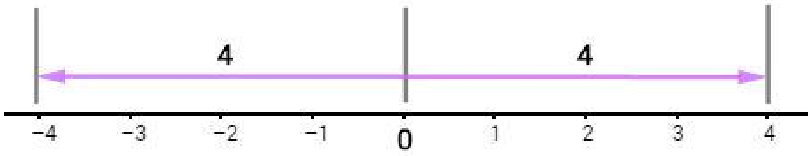
$|a| = -a$

$3 \geq 0:$

$|3| = 3$

$|a| = a$

GEOMETRIJSKI POMEN absolutne vrednosti je oddaljenost od števila, ki je pod absolutno vrednostjo, do izhodišča na številski premici (torej števila 0).



LASTNOSTI

1) Trikotniška neenakost: $\boxed{|x+y| \leq |x| + |y|}$

$|-5+8| \leq |-5| + |8|$

$|3| \leq 5+8$

$3 \leq 13$ ✓

2) $\boxed{|x \cdot y| = |x| \cdot |y|}$

$|-3 \cdot 5| = |-3| \cdot |5|$

$|-15| = 3 \cdot 5$

$15 = 3 \cdot 5$ ✓

#11 Približki in napake

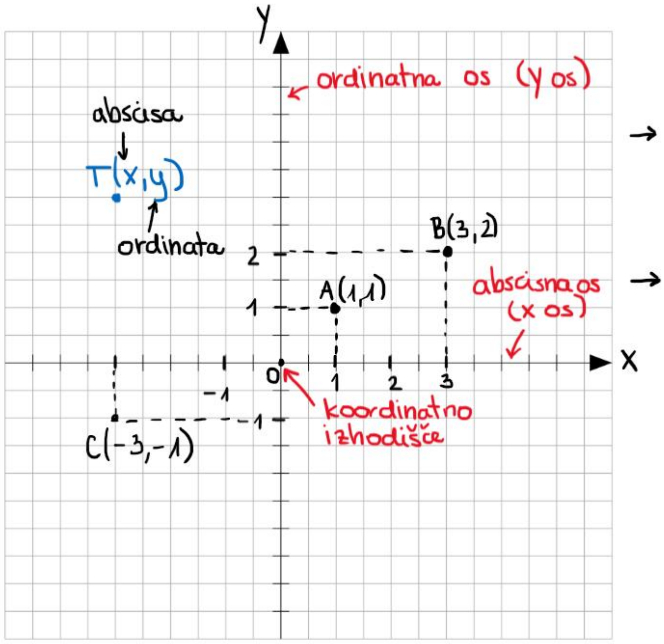
Če je x prava vrednost, $\tilde{x}$ pa približek, potem

→ $|x-\tilde{x}|$ imenujemo absolutna napaka približka

→ $r = \frac{|x-\tilde{x}|}{x}$ relativna napaka približka

→ $r = \frac{|x-\tilde{x}|}{x} \cdot 100$ (je relativna napaka v odstotkih)

#12 Pravokotni koordinatni sistem



→ vse točke na x osi imajo ordinato = 0

so oblike T(a, 0), $a \in \mathbb{R}$

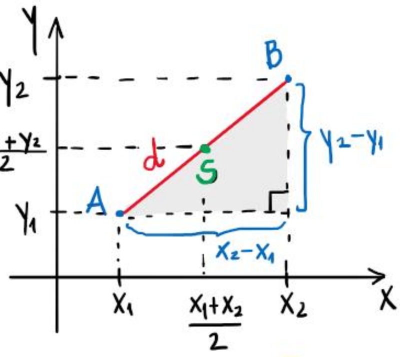
→ vse točke na y osi imajo absciso = 0;

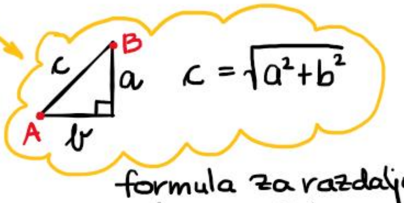
so oblike T(0, b), $b \in \mathbb{R}$

RAZDALJA DVEH TOČK V RAVNINI d(A,B) in RAZPOLOVIŠČE DALJICE AB (točka S), kjer sta $A(x_1, y_1)$ in $B(x_2, y_2)$ poljubni točki:

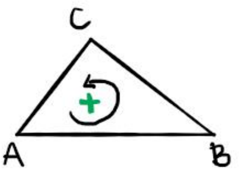
$$\boxed{d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

$$\boxed{S = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)}$$





formula za razdaljo izhaja iz Pitagorovega izreka

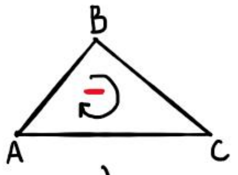


↓

točke si sledijo v nasprotni smeri urinega kazalca

POZITIVNA ORIENTACIJA

$\sigma = +1$



↓

točke si sledijo v smeri urinega kazalca

NEGATIVNA ORIENTACIJA

$\sigma = -1$

PLOŠČINA IN OBSEG TRIKOTNIKA ABC V RAVNINI, kjer so $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ in $c(x_3, y_3)$.

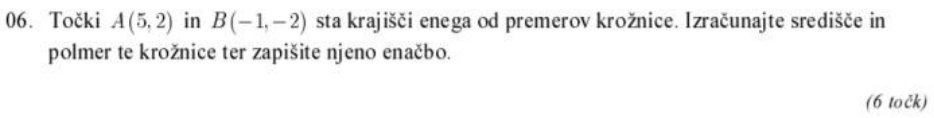
Ploščina trikotnika ABC

$$\boxed{S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \left((x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) \right)}$$

Obseg trikotnika ABC:

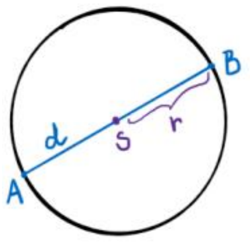
$$\boxed{\sigma = d(A,B) + d(A,C) + d(B,C)}$$

PRIMER REŠENE NALOGE iz SPLOŠNE MATURE (junij 2004)



06. Točki $A(5,2)$ in $B(-1,-2)$ sta krajišči enega od premerov krožnice. Izračunajte središče in polmer te krožnice ter zapišite njeno enačbo.

(6 točk)



$A(5,2)$
$B(-1,-2)$

$d = 2 \cdot r$

d… premer
r… polmer

razdalja med točkama $A(x_1,y_1)$ in $B(x_2,y_2)$:

$$\boxed{d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

$$d(A,B) = \sqrt{(5-(-1))^2 + (2-(-2))^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$$ polmer krožnice

Središče kroga = razpolovišče daljice AB:

$$\boxed{S = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)}$$

$$S = \left(\frac{5 + (-1)}{2}, \frac{2 + (-2)}{2} \right)$$

$$S = (2, 0)$$ središče

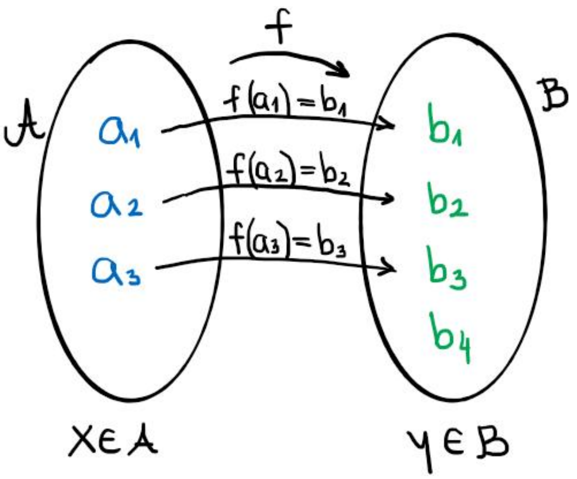
#13 Funkcija (ali preslikava)

DEFINICIJA

Funkcija $f: A \to B$ je pravilo, pri kateremu vsakemu elementu iz A priredimo element iz B.

A … definicijsko območje

$f(A) = \{ f(x) ; x \in A \}$ … zaloga vrednosti



$f: A \to B$

$f(x) = y$

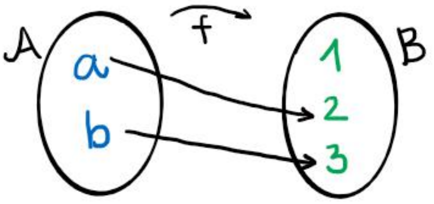
$f(A) \subseteq B$

Realna funkcija slika iz množice $A \subseteq \mathbb{R}$ v $\mathbb{R}$.

NAČINI PRIKAZOV

Recimo, da je $A = \{a, b)$ in $B = \{1, 2, 3\}$. Funkcija slika iz A v B, tako da je $f(a) = 2$, $f(b) = 3$

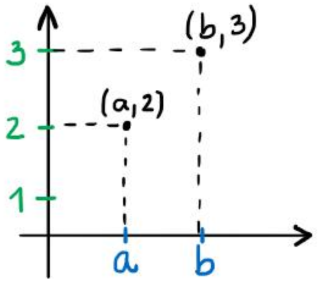
Puščični diagram



Tabela

A	a	b
f(A)	2	3

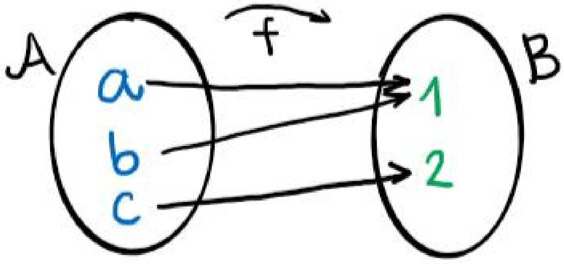
Graf



LASTNOSTI

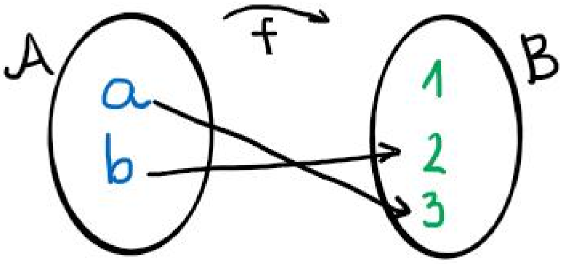
1. Surjektivna funkcija

Vsi elementi iz B so slika vsaj enega elementa iz A (noben iz množice B ni 'prost').



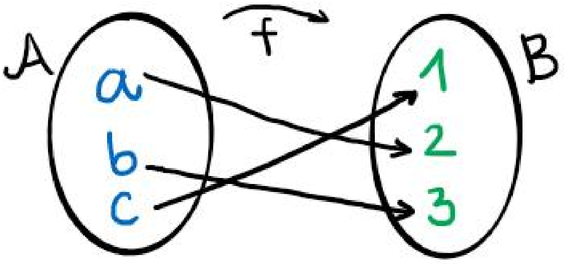
2. Injektivna funkcija

Vsaka dva elementa iz A se preslikata v dva različna elementa iz B (nikoli se pri injektivni preslikavi dva iz A ne slikata v isto vrednost).



3. Bijektivna funkcija

Kadar je preslikava surjektivna in injektivna hkrati, tedaj je tudi bijektivna.



#14 Linearna funkcija

Graf linearne funkcije je premica.

Predpis: $\boxed{f(x) = k \cdot x + n}$

Enačba premice (v vseh treh oblikah):

→ EKSPLICITNA: $\boxed{y = k \cdot x + n}$; $k, n \in \mathbb{R}$

→ IMPLICITNA: $\boxed{a \cdot x + b \cdot y + c = 0}$; $a, b, c \in \mathbb{R}$

→ ODSEKOVNA: (segmentna) $\boxed{\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1}$; $m, n \in \mathbb{R}$

k... smerni koeficient (pove naklon premice)
= diferenčni količnik

$k > 0$ → naraščajoča premica

$k < 0$ → padajoča premica

$k = 0$ → vodoravna premica

$\boxed{k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

$A(x_1, y_1)$ in $B(x_2, y_2)$ sta poljubni točki na premici

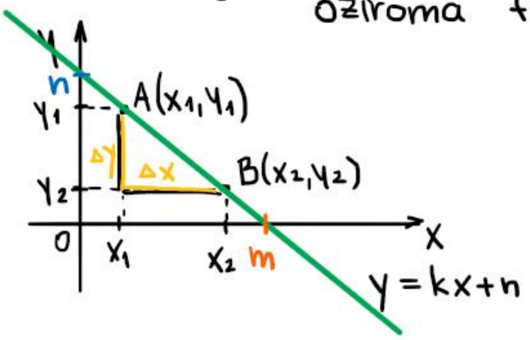
n... začetna vrednost (odsek na y osi)

izračunamo jo tako, da namesto x vstavimo 0

$f(0) = k \cdot 0 + n = n$

m... ničla (odsek na x osi)

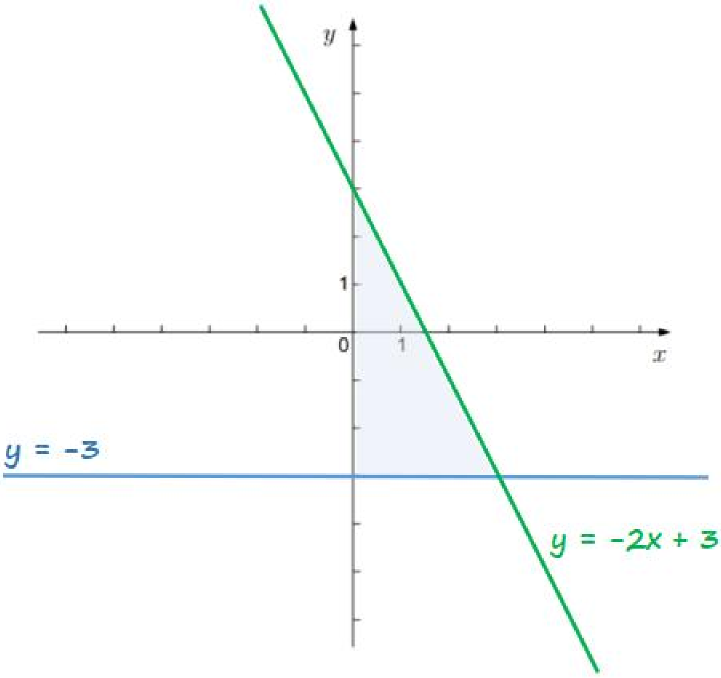
izračunamo jo tako, da namesto y vstavimo 0
oziroma $f(x) = 0$



PRIMER REŠENE NALOGE iz SPLOŠNE MATURE

02. Narišite premici z enačbama $y = -3$ in $y = -2x + 3$ ter izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premici oklepata z ordinatno osjo.

(6 točk)



Lik je pravokotni trikotnik s katetama a = 3 in b = 6.

1) $y = -3$

(vodoravna premica)

2) $y = -2x + \underbrace{3}_{\shortparallel}$

n... odsek na y osi

↓

ničla: $y = -2x + 3 = 0$

$-2x = -3$

$x = \frac{3}{2}$ (odsek na x osi)

Presečišče premic: $y_1 = y_2$

$-2x + 3 = -3$

$-2x = -6 \quad |:(-2)$

$x = 3 \rightsquigarrow P(3, -3)$

Ploščina △:

$a = 3 \quad b = 6$

$\boxed{S = \frac{a \cdot b}{2}} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$

LINEARNE ENAČBE IN NEENAČBE

Pri računanju ničle linearne funkcije dobimo enačbo oblike $kx + n = 0$.

Takšno enačbo imenujemo linearna enačba.
Rešujemo jih tako, da člene z neznanko združimo na eni strani, člene brez neznanke pa na drugi strani. Nato izračunamo vrednost neznanke.

Linearne neenačbe rešujemo na enak način, le da je vmes neenačaj $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.
Vendar pazi: ko enačbo množimo ali delimo z negativno vrednostjo, neenačaj obrne smer.

Več podrobnosti o enačbah in neenačbah je v gradivu '*Enačbe in neenačbe*'.

#15 Sorazmerja

SKLEPNI RAČUN

Uporabimo ga ponavadi takrat, ko v nalogi nastopata dve količini, ki sta medsebojno povezani (sta odvisni ena od druge). Lahko sta ti dve količini premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

1. PREMO SORAZMERJE

Količini sta premo sorazmerni kadar velja:

Eno količino povečamo za 2x, 3x, … ⇒ Druga količina se hkrati tudi poveča za 2x, 3x, …

Eno količino zmanjšamo za 2x, 3x, … ⇒ Druga količina se hkrati tudi zmanjša za 2x, 3x, …

2. OBRATNO SORAZMERJE

Količini sta obratno sorazmerni kadar velja:

Eno količino povečamo za 2x, 3x, … ⇒ Druga količina se hkrati zmanjša za 2x, 3x, …

Eno količino zmanjšamo za 2x, 3x, … ⇒ Druga količina se hkrati poveča za 2x, 3x, …

PROCENTNI RAČUN

RELATIVNI DELEŽ

Relativni delež števila d glede na število σ

$$\boxed{r = \frac{p}{100} = p\%}$$

d… delež

σ… osnova

$$\boxed{r = \frac{d}{\sigma}} \quad \text{(v decimalnem zapisu)}$$

$$\boxed{p = \frac{d}{\sigma} \cdot 100} \quad \text{(v odstotkih)}$$

$$\boxed{p = r \cdot 100\ \%}$$

p odstotkov od x izračunamo tako:

$$p\% \text{ od } x = \frac{p}{100} \cdot x$$

Če ti zapiski odgovarjajo, si ne pozabi ogledati še ostalih gradiv, ki jih imamo v ponudbi na naši spletni strani ☺

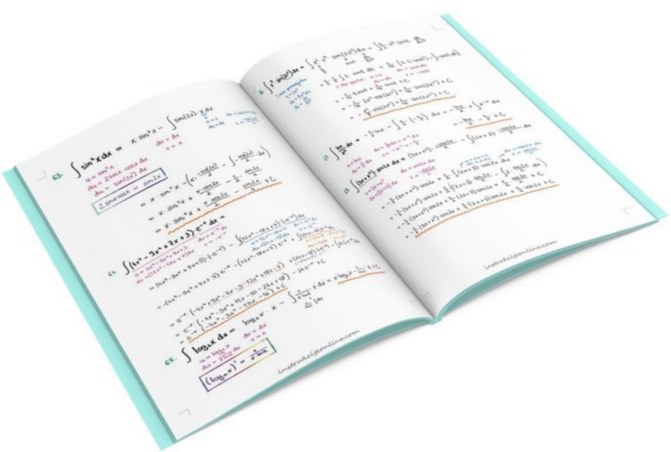
https://instrukcijeonline.com

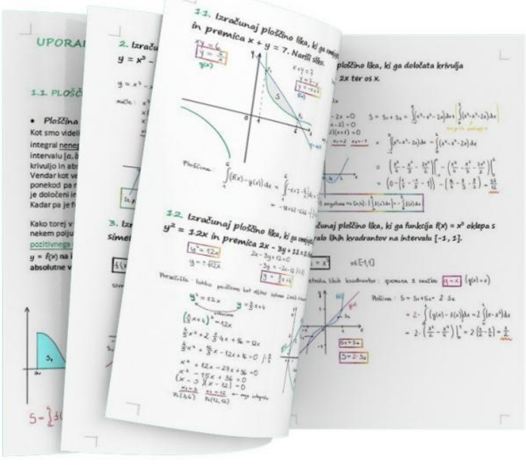
Nekaj gradiv:

- Brezplačni kvalitetni zapiski za vsa 4 leta SŠ in gimnazij + dodatni učni listi, preverjanja znanja (MATEMATIKA in FIZIKA)
- E-knjigica Geometrijski liki in telesa z vsemi formulami, ki jih potrebujete
- Natančno in barvito rešene maturitetne pole (splošna matura, spomladanski rok 2004 - 2021), vključene formule in uporabljena pravila

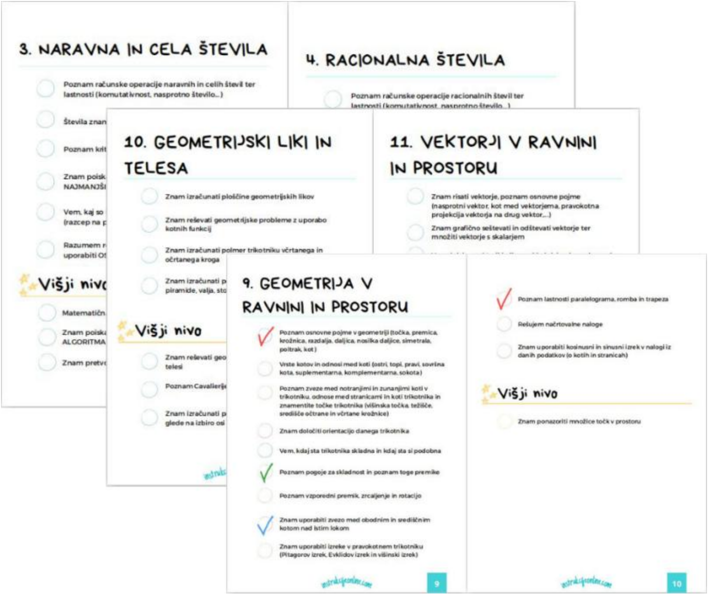
- E-Zbirke rešenih nalog z vključeno torijo in formulami

(ODVODI - 215 nalog, INTEGRALI - 170 nalog, ...)





- Brezplačni *maturitetni checklist* (zelo uporaben pri pripravi na maturo in izdelan po maturitetnem katalogu)



3. NARAVNA IN CELA ŠTEVILA

4. RACIONALNA ŠTEVILA

10. GEOMETRIJSKI LIKI IN TELESA

11. VEKTORJI V RAVNINI IN PROSTORU

9. GEOMETRIJA V RAVNINI IN PROSTORU

Višji nivo

- *Odgovori na ustna vprašanja* (SPLOŠNA in POKLICNA matura)

Ostala ponudba in storitve:

- Kvalitetne, učinkovite, zanimive in sproščene *inštrukcije na daljavo* (preko Zoom ali Skype) z več kot 90% uspešnostjo.
- *Reševanje vaših nalog* s postopkom in razlago z vsemi koraki.
- Video razlaga za tiste, ki radi samostojno delate ob svojem času.