VPRAŠANJA IN ODGOVORI ZA USTNI DEL POKLICNE MATURE

NARAVNA IN CELA ŠTEVILA

1. **Definirajte pojma praštevila in sestavljenega števila ter navedite kriterije deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8 in 9.**

Praštevila so tista naravna števila, ki imajo natanko dva različna delitelja: število 1 in samega sebe. Najmanjše praštevilo je število 2. (2 je edino sodo praštevilo.) Praštevil je neskončno mnogo. Sestavljena števila so števila, ki imajo več kot dva delitelja. Lahko jih zapišemo kot produkt samih praštevil. Temu zapisu pravimo »razcep na prafaktorje«.
Npr. $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
Število 1 ni ne praštevilo ne sestavljeno število.

Kriteriji deljivosti
a) Število je deljivo z 2, če je enica števila deljiva z 2.
b) Število je deljivo s 3, če je vsota števk števila deljiva s 3.
c) Število je deljivo s 4, če je dvomestni konec deljiv s 4.
d) Število je deljivo s 5, če je enica števila 0 ali 5.
e) Število je deljivo s 6, če je deljivo z 2 in hkrati s 3.
f) Število je deljivo z 8, če je trimestni konec deljiv z 8
g) Število je deljivo z 9, če je vsota števk števila deljiva z 9.
h) Število je deljivo z 10, če je enica števila enaka 0.
i) Število je deljivo s 25, če je dvomestni konec deljiv s 25.

PRIMER:
S katerimi od navedenih števil je deljivo število 12345 in s katerimi število 23456?

2. **Definirajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh celih števil. Kdaj sta števili tuji?**

Največji skupni delitelj števil a in b je največje število med tistimi, ki hkrati delijo a in b.
Označimo ga **D(a,b).**
$D(a,b) = c$, $c|a$ in $c|b$ (preberemo: c deli a in c deli b)

Najmanjši skupni večkratnik števil a in b je najmanjše število med tistimi, ki je hkrati deljivo z a in b.
Označimo ga z **v(a,b)**
$v(a,b) = c$, $a|c$ in $b|c$

Večkratnik oz. delitelj izračunamo tako, da obe števili (a in b) razstavimo na prafaktorje.
Največji skupni delitelj dobimo tako, da zmnožimo vse enake prafaktorje obeh števil, pri najmanjših vrednostih eksponentov.
Npr.: D(18,60)
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ enaka prafaktorja sta 2 in 3
➔ $D(18,30) = 2 \cdot 3 = 6$

Najmanjši skupni večkratnik dobimo tako, da zmnožimo vse različne prafaktorje obeh števil, pri največjih vrednostih eksponentov.

Npr.: v(18,60)
18 = 2·3·3, 60 = 2·2·3·5
prafaktorja, ki sta v drugem številu in v prvem ne nastopata, sta 2 (druga potenca) in 5
➔ v(18,30) = 2·3·3·2·5 = 180

Tuji števili:
Števili sta tuji, če je njun edini skupni delitelj število 1.

Pravilo: $D(a,b)\cdot v(a,b)=a\cdot b$

PRIMER:
Izračunaj največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 420 in 378.

3. Naštej lastnosti osnovnih računskih operacij v IN.

- Računske operacije v množici naravnih števil so:
  -seštevanje: členi, vsota
  -množenje:faktorji, produkt

- Računski zakoni = lastnosti, ki veljajo za osnovne računske operacije:
  -komutativnost seštevanja; $a+b=b+a$
  -komutativnost množenja: $a\cdot b=b\cdot a$
  -asociativnost seštevanja; $(a+b)+c=a+(b+c)$
  -asociativnost množenja; $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
  -distributivnost; $a\cdot(b+c)=ab+ac$ (Če distributivnostni zakon uporabljamo v obratni smeri govorimo o izpostavljanju skupnega faktorja).

PRIMER:
Izračunaj na dva načina vrednosti izrazov 4+13+7+6, $2\cdot4\cdot5\cdot25$ in $2\cdot17+8\cdot17$

4. Razstavi izraze: a^2-b^2, a^3-b^3 in $ab+ac$.

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$
$$ab+ac=a\cdot(b+c)$$

PRIMER:
Razstavi izraze: x^2-9, x^3-8 in $3b-6c$.

5. Na primeru x^2-5x+6 razloži postopek razstavljanja tričlenika.

$x^2-5x+6=(x-3)\cdot(x-2)$, Poiskati moramo taki dve števili (-3, -2), da bo njun produkt enak prostemu členu (+6), njuna vsota pa bo enaka koeficientu linearnega člena (-5).

PRIMER:
Razstavi izraze x^4-5x^2+4, $x^2-3x-10$, x^2+3x+2.

6. **Naštej pravila za računanje s potencami, ki imajo naravne eksponente. Kaj pomeni zapis a^3?**

$a^0 = 1$

0^0 ni definirano

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

$a^n : b^n = (\frac{a}{b})^n$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Zapis a^3 pomeni $a \cdot a \cdot a$

PRIMER:

Poenostavi izraze $a^2 \cdot a^3$, $(a^2)^3$ in $(ab)^2$.

RACIONALNA IN REALNA ŠTEVILA

7. **Naštej računske operacije v $\Re$. Kako računamo z neenakostmi? (Razloži na primeru.)**

Realna števila lahko seštevamo in odštevamo, množimo, potenciramo in delimo. (Ne moremo pa jih korenit-koreni negativnih števil v množici realnih števil ne obstajajo.)

Številska množica je urejena, če lahko po velikosti primerjamo njena poljubna dva elementa.
Množica realnih števil je urejeni z relacijo »je manjši od«
Vemo, da je $a < b \Leftrightarrow a - b < 0$
in $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$

Lastnosti, ki veljajo za relacijo urejenosti »je manjši od«:

A) če je $a < b$ in $c \in Z$, potem je tudi $a + c < b + c$. (Številski primeri)
B) če je $a < b$ in $b < c$, potem je tudi $a < c$ -Tranzitivnost
C) če je $a < b$ in $c > 0$, potem je tudi $ac < bc$
D) če je $a < b$ in $c < 0$, potem se neenačaj obrne $ac > bc$ (Če neenačbo množimo ali delimo z negativnim številom, se neenačaj obrne)

PRIMER:

Rešite neenačbo $-2x + 8 < x + 5$
Zapiši vsaj eno število, ki leži med 0,1 in 0,2.

8. **Kaj je ulomek? Kdaj sta ulomka enaka? Zapiši nasprotno in obratno vrednost ulomka $\frac{a}{b}$.**

Ulomek je zapis oblike $\frac{a}{b}$, pri čemer sta a in b celi števili (b ni 0) in je $D(a,b)=1$. ($\frac{a}{b}=a:b$)

Število a, ki je nad ulomkovo črto, imenujemo **števec**, število b pa **imenovalec** ulomka

Vsa cela števila lahko zapišemo kot ulomke z imenovalcem ena. $2=\frac{2}{1}, 4=\frac{4}{1}\ldots$

enakost: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$

neenakost: $\frac{a}{b}<\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad<bc$ (v primeru da števila a,b,c in d niso vsa pozitivna, je neenakost odvisna od predznaka števil - glej reševanje neenačb)

Kdaj ulomek ni definiran? Ko je imenovalec enak 0. ($\frac{3}{0}, \frac{5}{0}, \frac{a}{0}, \frac{a-b}{0}$)

Kdaj je vrednost ulomka enaka 0? Ko je števec enak 0. ($\frac{0}{3}, \frac{0}{-5}, \frac{0}{a}, \frac{0}{a-2b}$)

Nasprotna vrednost števila $\frac{a}{b}$ je število $-\frac{a}{b}$.

Če je $\frac{a}{b}$ večji od $\frac{c}{d}$, potem za njuni nasprotni vrednosti velja ravno nasprotno , $-\frac{a}{b}$ je manjša od $-\frac{c}{d}$.

Obratna vrednost $\frac{a}{b}$ je število $\frac{b}{a}$. Obratne vrednosti ulomka ni mogoče določiti, če je števec danega ulomka 0. Ulomek $\frac{0}{a}$ nima obratne vrednosti (deljenje z nič ni definirano)!

Če je $\frac{a}{b}$ večji od $\frac{c}{d}$, potem za njuni nasprotni vrednosti velja ravno nasprotno , $\frac{b}{a}$ je manjša od $\frac{d}{c}$, pri pogoju, da so vsa števila (a,b,c in d) pozitivna. Če niso, rešimo neenačbo $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ in pri tem upoštevamo, da se pri množenju oz. deljenju z negativnim številom neenačaj obrne.

Npr. $\frac{2}{3}>\frac{-1}{4} \Rightarrow 2\cdot 4>(-1)\cdot 3 \Rightarrow \frac{4}{-1}<\frac{3}{2}$

PRIMER:

Napiši nasprotne in obratne vrednosti ulomkov $\frac{2}{3}$, $\frac{-7}{4}$ in $\frac{0}{5}$.

9. **Na primerih $\frac{x}{x-2}+\frac{x+2}{x^2-4}$ in $\frac{2a}{a^2-5a+6}:\frac{a^2}{a-3}$ pokaži, kako računamo z algebrskimi ulomki.**

Algebrski ulomki so ulomki, kjer nastopajo namesto števil parametri oz. algebrski izrazi, kot npr. $\frac{a+1}{2a-3}$.

Veljajo enaka pravila kot za številske izraze, le da upoštevamo značilnosti algebrskih struktur npr. pri iskanju skupnega imenovalca si pomagamo z razcepi:

$$\frac{a}{a^2-4}+\frac{2}{a+2}=\frac{a}{(a-2)(a+2)}+\frac{2}{a+2}=\frac{a+2(a-2)}{(a-2)(a+2)}$$

skupni imenovalec je (a-2)(a+2) (pomnožimo vse različne izraze med sabo).

10. **Kako racionalno število zapišemo v decimalni obliki? Kdaj je ta zapis končen?**

Vsako racionalno število lahko zapišemo kot decimalno število - tako, da števec delimo z imenovalcem. Pri tem dobimo ali končno ali periodično decimalno število.
Če je imenovalec število, ki je zmnožek le dvojk in petic, bo decimalni zapis končen (npr. $\frac{3}{5},\frac{3}{50},\frac{3}{25},\frac{3}{8}$), sicer pa bo rezultat periodično decimalno število (npr. $\frac{1}{7}=0{,}142857142857$ - perioda je 142857).Ulomke, ki predstavljajo končen decimalen zapis, imenujemo DESETIŠKI ULOMKI.

Velja tudi obratno: če je število periodično decimalno število, ga lahko zapišemo kot ulomek: $1{,}\overline{13}$

$$\left.\begin{aligned} x &= 1{,}13131313\ldots \\ 100x &= 113{,}131313\ldots \end{aligned}\right\}\textit{odštejemo}$$

$$99x = 112$$

$$x=\frac{112}{99}$$

PRIMER:

V decimalni obliki zapišite števila $\frac{2}{5}$, $-\frac{1}{20}$, $\frac{1}{3}$ in $-\frac{5}{6}$.

11. **Kaj je racionalizacija imenovalca?**

Racionalizirati imenovalec pomeni razširiti ulomek s takim številom (izrazom), da dobimo v imenovalcu naravno število (izraz brez korenov).

PRIMER:

Racionaliziraj : $\frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$.

12. Definiraj potenco s celim negativnim eksponentom in naštej pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti.

Potence s celimi negativnimi eksponenti so potence, ki imajo v potenčni osnovi poljubno realno število (razen števila nič), eksponent pa je negativno celo število. Minus v eksponentu pomeni, da moramo vzeti obratno vrednost osnove.
Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

$$a^0 = 1$$
$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$
$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$
$$a^n : a^m = a^{n-m}$$
$$a^n : b^n = (\tfrac{a}{b})^n$$
$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

PRIMER:
Izračunaj $\left(a^{-3}b^2c^{-1}\right)^{-2} =, \left(x^{-4}y^2\right)\cdot\left(x^{-2}y^{-3}\right) =, \left(x^3y^{-2}\right):\left(x^{-2}y^{-3}\right) =$

13. Na primeru $\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{8}{9}}{\frac{5}{12}-\frac{5}{8}}$ razloži, kako računamo z racionalnimi števili Q.

14. Uredi po velikosti racionalna števila: $-1,\ -\frac{1}{3},\ -\frac{13}{12},\ \frac{3}{4},\ -\frac{5}{6}$.

15. Kaj je procent in kaj promil? Koliko dobiš, če povečaš število *a* za 15%.

16. Opišite lastnosti računskih operacij v $\mathbb{Q}$.

Če števec in imenovalec ulomka pomnožimo z istim številom, ki ni 0,ulomek **razširimo**:

$$\frac{a}{b}=\frac{ka}{kb}=\frac{a_1}{b_1} \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1} \quad .$$

$$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{10}{15}$$

Če imata števili a in b skupne delitelje, ju lahko **okrajšamo**, t.j. števec in imenovalec delimo z istim številom.

$$\frac{a}{b}=\frac{a:k}{b:k}=\frac{a_1}{b_1} \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1} \quad .$$

Računanje z ulomki:

Seštevanje in odštevanje ulomkov izvršimo tako, da najprej poiščemo skupni imenovalec, ga zapišemo, pomnožimo še števec z ustreznim številom (z istim, kot smo množili imenovalec) ter nato števce ulomkov seštejemo oz. odštejemo.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Skupni imenovalec je praviloma najmanjši skupni večkratnik danih imenovalcev.

Ulomke **množimo** tako, da zmnožimo števce med sabo in imenovalce med sabo: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

Ulomek **delimo** z drugim ulomkom tako, da ga pomnožimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

PRIMER:

Izračunajte $-\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{15}{8}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{3}{5}\right)=$

LINEARNA FUNKCIJA, ENAČBA IN NEENAČBA

17. Kako rešujemo linearno enačbo (ax + b = 0)? Kaj je ničla linearne funkcije in kako jo izračunamo?

Linearno enačbo rešimo tako, da enačbo najprej poenostavimo do oblike ***ax* + *b* = *0*,** potem postavimo na eno stran enačbe člene z neznanko x; na drugo stran pa postavimo števila. Potem enačbo še delimo s koeficientom ki stoji pred *x*-om.

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = \frac{-b}{a}$$

Ničla linearne funkcije *f(x)=ax+b* je presečišče premice (grafa funkcije) z osjo x
Ničla linearne funkcije in rešitev linearne enačbe *f(x)= 0 (ax+b= 0)* sta eno in isto število.

Linearna enačba ima lahko:
Eno rešitev; $R = \{x_0 \in R\}$ $\Rightarrow$ premica enkrat seka os x
Nobene rešitve; R = Ć $\Rightarrow$ premica ne seka osi x (y = n)
Nešteto rešitev; $R = \{\Re\}$ $\Rightarrow$ premica je kar os x (y = 0)

(enačbo poenostavimo oz. jo preoblikujemo v ekvivalentno obliko s tem, da prištejemo ali odštejemo isto število na levi in desni strani enačbe, ter da množimo ali delimo obe strani enačbe s številom, različnim od 0)

PRIMER:
Poišči ničlo funkcije $f(x) = -2x + 4$ in funkcijo nariši.
Izračunaj ničlo funkcije $f(x) = 3x + 2$.
Reši enačbo $2x + 1 = 3x + 4$.

18. Definirajte linearno funkcijo. Kaj je njen graf?

Linearna funkcija je predpis $f\colon x \to kx + n$ za $f\colon \mathrm{R} \to \mathrm{R}$; $f(x) = kx + n$
$y = kx + n$

x - neodvisna spremenljivka
y - odvisna spremenljivka
k,n – konstanti (parametra)

Linearna funkcija je preslikava, ki poljubnemu elementu iz množice realnih števil (neodvisna spremenljivka x) priredi sliko - realno število (odvisna spremenljivka y), po predpisu $y = kx + n$.
Graf linearne funkcije je premica, določena s pari točk (x,y), kjer je $y = kx+n$.

PRIMER:

Nariši grafa funkcij $f(x) = 2x + 1$ in $g(x) = -\frac{1}{2}x$

19. Kako je graf linearne funkcije odvisen od smernega koeficienta in začetne vrednosti? Kakšna sta grafa dveh linearnih funkcij z enakima smernima koeficientoma?

Začetna vrednost n je ordinata točke, v kateri graf linearne funkcije (premica) preseka ordinatno os $N(o,n)$

- $n = 0$ premica gre skozi koordinatno izhodišče
- n ą 0 premica seka os y v točki T(0,n)
- / če n ne moremo določiti, je premica vzporedna z osjo y; x = a

smerni koeficient k določa strmino premice

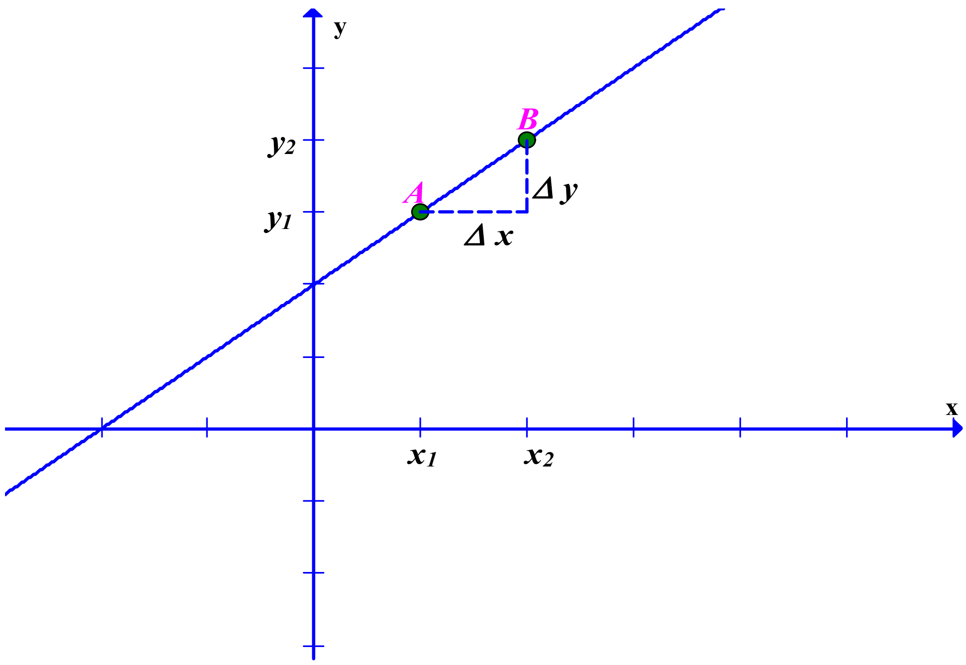
- $k = 0$ premica je os x oziroma ji je vzporedna y = b
- $k > 0$ premica je naraščajoča
- $k < 0$ premica je padajoča
- / če k ne moremo določiti, je premica vzporedna z osjo y; x = a
- $k_1 = k_2$ premici sta si vzporedni .

PRIMER:

Primerjajte grafe funkcij $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 2x + 3$ in $h(x) = x + 3$

Zapiši enačbo linearne funkcije, ki ima začetno vrednost 3 in ničlo pri x = 2.

20. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točki $A(x_1, y_1)$ in $B(x_2, y_2)$.



$A(x_1,y_1)$
$B(x_2,y_2)$

____

V prvem koraku določimo smerni koeficient k.

Ker točki A in B ležita na premici, njune koordinate zadoščajo enačbi premice $y = kx + n$:

$A(x_1,y_1)$ Ţ $y_1 = kx_1 + n$

$B(x_2,y_2)$ Ţ $y_2 = kx_2 + n$

__________________________(Enačbi odštejemo.)

$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1)$ Ţ $\boxed{k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}}$ za **$\Delta x = 1$ Ţ $\Delta y = k$**

V drugem koraku pa določimo še prosti člen n enačbe
enačbe premice $y = kx + n$. Ker točka A leži na premici, njene koordinate zadoščajo enačbi premice:

$A(x_1,y_1)$ Ţ $y_1 = kx_1 + n$

Od zgornje enačbe odštejemo spodnjo.

$y - y_1 = k(x - x_1)$ Ţ $y = kx - kx_1 + y_1$ Ţ $\boxed{n = y_1 - kx_1}$

$$\boxed{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\cdot(x - x_1)}$$

V primeru, da je premica vzporedna z y osjo ($x_1 = x_2$), je k nedefiniran, oblika premice je $x = x_2$
V primeru, da je premica vzporedna z x osjo ($y_1 = y_2$), je $k = 0$, oblika premice je $y = y_1$ (ali $y = n$).

PRIMER:
Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točki $A(1,2)$ **in** $B(-3,4)$.

21. Opiši načine reševanja sistemov dveh enačb z dvema neznankama. Ali je sistem vedno rešljiv? Kako izračunamo presečišče dveh premic?

$ax + by = c$
$dx + ey = f$

načini reševanja sistemov:

a.) **grafični način** (Narišemo obe dani premici in odčitamo koordinati presečišča.)
b.) **zamenjalni način** (Iz ene enačbe izrazimo eno neznanko in jo nadomestimo v drugi enačbi.)

(x in y sta neznanki) $ax + by = c$ → izrazimo x, $x = \dfrac{c - by}{a}$, vnesemo v drugo enačbo

$dx + ey = f$ → dobimo $\dfrac{d(c - by)}{a} + ey = f$

Enačbo poenostavimo in izračunamo y, nato še x.

c.) **primerjalni način** (Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko in ju izenačimo.)
č.) **način nasprotnih koeficientov** (Izberemo neznanko in v obeh enačbah sistema poiščemo nasprotna koeficienta, ki se pri seštevanju enačb izničita.)

$ax + by = c$ $/(-d)$ pomnožimo s koeficientom ob x v drugi enačbi
$dx + ey = f$ $/a$

$-adx - dby = -cd$
$adx + aey = ac$
----
seštejemo in izrazimo y (neznanka x se izniči).

Presečišče dveh premic izračunamo tako, da rešimo pripadajoč sistem dveh enačb po enem od zgoraj opisanih načinov.
povezava s funkcijo: vsak od zgornjih zapisov predstavlja enačbo premice;
če sistem rešimo, poiščemo presečišče premic

a.) premici se sekata: $p_1 \cap p_2 = \{T(x,y);\ x\in R,\ y = (c-ax)/b\}$ ena rešitev sistema
b.) premici sta vzporedni: $p_1 \cap p_2 = \emptyset$ NEZDRUŽLJIVI PREMICI sistem nima rešitve
c.) premici sta identični: $p_1 \cap p_2 = \{ T(x,y);\ x,y\in R\}$ ODVISNI P. neskončno rešitev sistema

PRIMER:
Sistem linearnih enačb $2x+y=4$ in $y-x=1$ rešite na grafičen način.
Sistem linearnih enačb $2x+2y=6$ in $3x+2y=8$ rešite računsko.
Izračunaj presečišče premic $2x+y=5$ in $x-y-2=0$

22. Kako rešujemo linearne neenačbe z eno neznanko? Kaj so množice rešitev?

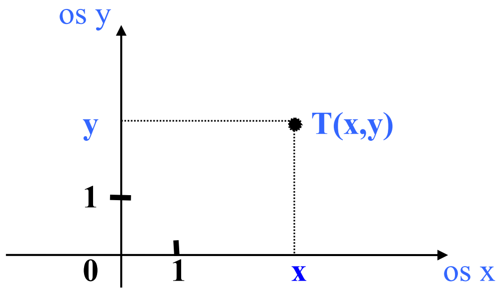
Linearno neenačbo rešujemo na enak način kot linearno enačbo (glej vprašanje 18).
Paziti moramo le na to, da pri množenju ali deljenju z negativnim številom neenačaj obrnemo.
(glej tudi vprašanje 7; Lastnosti, ki veljajo za relacijo urejenosti »je manjši od«:)
Množico rešitev predstavimo kot interval na številski premici.

PRIMER:
Rešite neenačbo $\frac{x+2}{2} > \frac{2x-1}{3}$ in njeno rešitev grafično ponazorite.

GEOMETRIJA V RAVNINI

23. Opiši pravokotni koordinatni sistem v ravnini in zapiši formulo po kateri izračunamo razdaljo med dvema točkama.

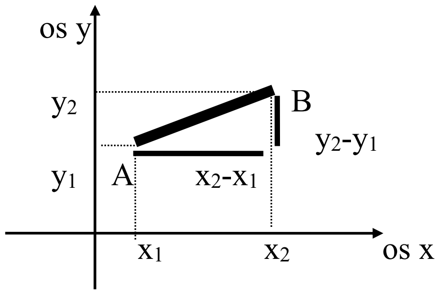
Pravokotni koordinatni sistem tvorita dve pravokotni številski premici, ki se sekata v izhodišču koordinatnega sistema.



os x - abscisna os
os y - ordinatna os
x – abscisa točke T
y – ordinata točke T

Točki A priredimo dve števili x in y, torej urejen par (x,y) in s tem lego točke v pravokotnem koordinatnem sistemu.
Vsakemu urejenemu paru (x,y) realnih števil ustreza natanko ena točka v pravokotnem koordinatnem sistemu.

Formula, po kateri izračunamo razdaljo med dvema točkama



$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$ Pitagorov izrek

PRIMER:
Izračunaj razdaljo med točkama A(-2,3) in B(1,-1).

24. Definiraj razdaljo med dvema točkama .

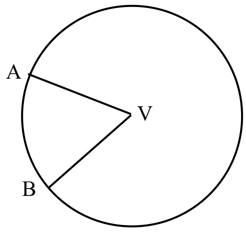
Razdalja med dvema točkama je dolžina daljice, ki ti dve točki povezuje.
-razdalja med točkama na premici $d(A_1,A_2)=|x_1-x_2|$
- razdalja med točkama v ravnini: $d(A_1,A_2)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

lastnosti razdalje: razdalja je nenegativno število
razdalja je enaka 0, če točki sovpadata
razdalje od A do B je enaka razdalji od B do A
trikotniška neenakost $d(A,C)\le d(A,B)+d(B,C)$; enačaj velja, če so točke kolinearne.

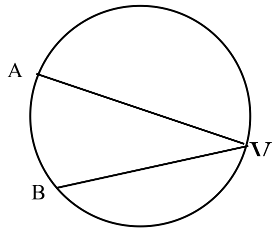
PRIMER:
Izračunaj razdaljo med točkama A(2,3) in B(-8,-7).

25. Definirajte središčni in obodni kot v krogu. V kakšni zvezi sta, če ležita nad istim lokom? Kaj veš o kotu v polkrogu?

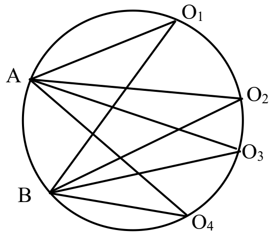
Središčni kot
Vrh V je v središču kroga,
kraka potekata skozi krajišči danega loka AB.



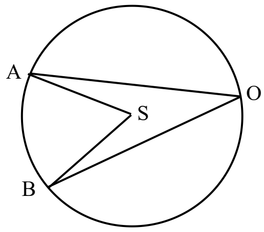
Obodni kot
Vrh V je na obodu kroga,
Kraka potekata skozi krajišči danega loka AB.



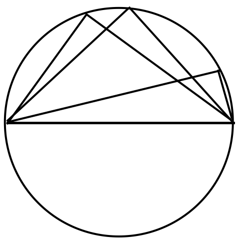
Vsi obodni koti nad istim lokom dane krožnice so skladni



Središčni kot nad danim lokom je dvakrat večji od obodnega kota nad istim lokom



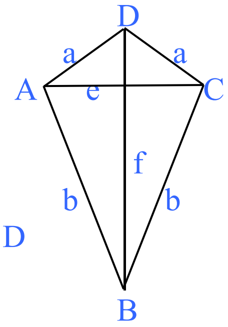
Kot v polkrogu je kot, ki ima vrh na krožnici, kraka pa potekata skozi krajišči premera krožnice. Središni kot je v tem primeru 180°, torej je kot v polkrogu pravi kot (meri 90°).



PRIMER:
Kolikšen je obodni kot, če je središčni kot $180°$?
Točke A, B in C razdelijo krožnico v razmerju 1:2:6. Koliko meri kot $\angle ABC$?

26. Definiraj deltoid. Kakšne so lastnosti deltoida (diagonali)? Kako izračunamo ploščino deltoida?

DELTOID je štirikotnik z dvema paroma enako dolgih priležnih stranic.
lastnosti deltoida:
-ima dva para enako dolgih stranic
-diagonali sta pravokotni
-diagonala f razpolavlja diagonalo e
-diagonala f razpolavlja kota v ogliščih Bin D
-kota pri A in C sta skladna



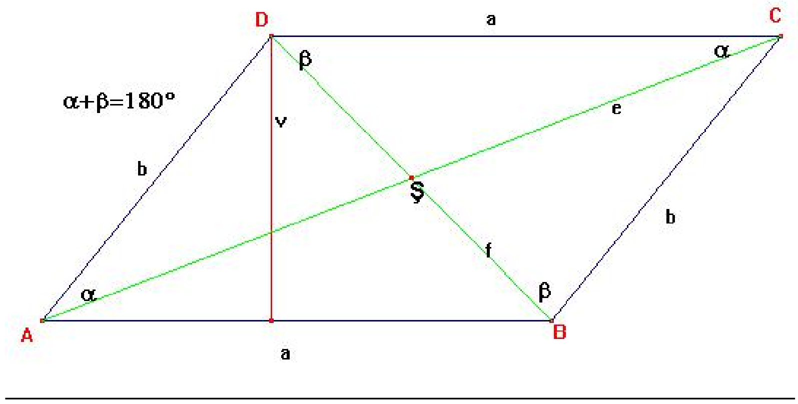
-$S = \frac{e \cdot f}{2}$
-$o = 2 \cdot (a + b)$

PRIMER:
V deltoidu merita diagonali $e = 2cm$ in $f = 6cm$. Izračunaj ploščino deltoida.

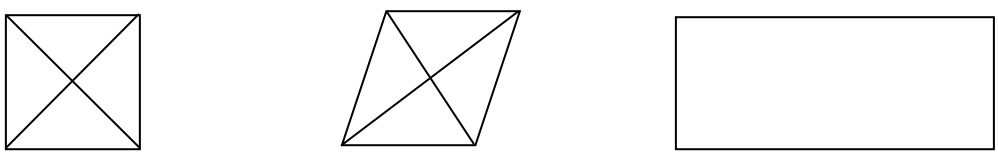
27. Definiraj paralelogram. Kakšne so lastnosti paralelograma (stranice, koti, diagonali)? Naštej posebne primere. Kako izračunamo ploščino paralelograma?

Paralelogram je štirikotnik, ki ima dva para vzporednih stranic.

Lastnosti paralelograma:
-nasprotni stranici sta vzporedni in enako dolgi
-diagonali paralelograma $AC = e$ in $BD = f$ se razpolavljata
-sosednja kota sta suplementarna
-ploščina:
$S = a \cdot v_a = b \cdot v_b = a \cdot b \cdot \sin\alpha$
-obseg: $o = 2 \cdot (a + b)$



-posebni primeri: KVADRAT, ROMB, PRAVOKOTNIK



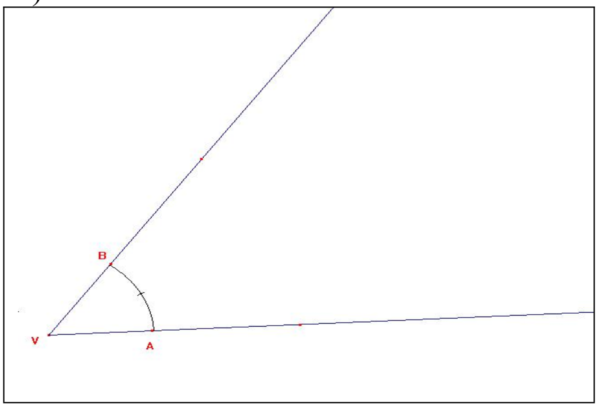
diagonali v kvadratu in rombu se sekata pod pravim kotom
diagonali v kvadratu in pravokotniku sta enako dolgi
kvadrat in romb imata vse štiri stranice enako dolge

PRIMER:
V paralelogramu merita stranici $a = 3cm$, in $b = 4cm$ in oklepata kot 60^0. Izračunaj ploščino paralelograma.

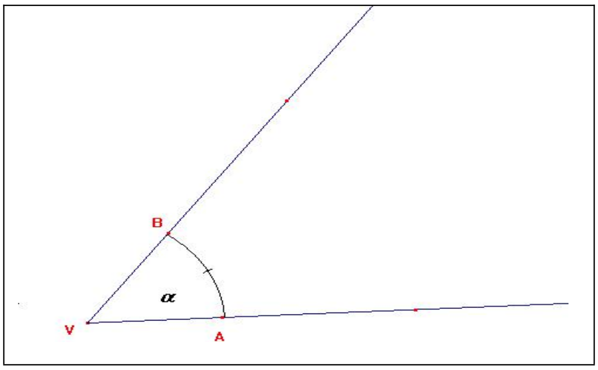
28. Definiraj pojem kota in pojasni izraze : krak, vrh, ničelni, pravi, iztegnjeni in polni kot Naštej enote za merjenje kotov?

Definicija: **<u>Kot</u>** je del ravnine omejen z dvema poltrakoma, ki imata skupen začetek.
-poltraka, ki kot omejujeta imenujemo kraka kota.
-skupen začetek obeh krakov je vrh kota.

Dva poltraka h in k s skupnim izhodiščem V razdelita ravnino na dva kota. Eden od kotov je konveksen, drugi pa nekonveksen (razen v primeru iztegnjenega kota). Izbrani kot označimo z lokom.
(Konveksen je tisti, ki vsebuje vse daljice, ki povezujejo poljubni dve točki znotraj tega kota.)
Kote lahko označujemo
a) s točkami :

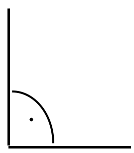


c) navadno pa uporabljamo mali grške črke α, β, φ, ...

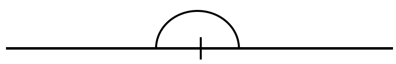


ničelni kot: $\alpha = 0$

pravi kot: $\alpha = 90^0$

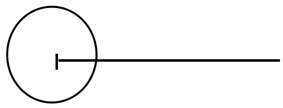


Pravi kot je kot, katerega kraka sta pravokotna eden na drugega Označimo ga z lokom s piko znotraj ali pa namesto loka uporabimo znak iztegnjeni kot: $\alpha = 180^0$



Iztegnjeni kot omejujeta poltraka, ki se dopolnjujeta v premico.

polni kot: $\alpha = 360^0$



Kote merimo v kotnih **stopinjah** ali v **radianih**, uporablja se tudi enota **grad** (pravi kot ima 100 gradov)**.**

Ena stopinja je (1°) je določena kot $\frac{1}{360}$ polnega kota (ki meri 360°).

Šestdesetina stopinje je kotna minuta, šestdesetina minute pa kotna sekunda.
En radian je kot, pri katerem je dolžina krožnega loka enaka polmeru kroga.(pripada loku dolžine 1 v krogu s polmerom 1).
Polni kot meri 360º oziroma 2π radianov.

Povezava med stopinjami in radiani : 180º = π rd.

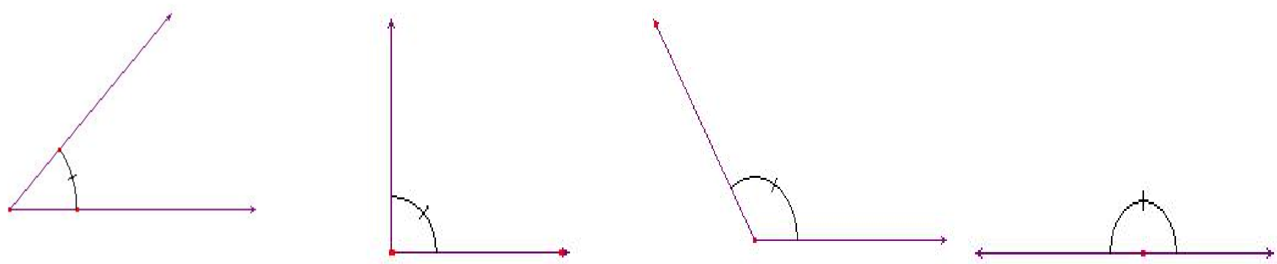
Primeri:

a) $30^\circ = .\frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ}$ rd   b) $2{,}3$ rd $= \frac{2{,}3 \cdot 180^\circ}{\pi}$ c) $120^\circ 15' 9'' = 120^\circ + \frac{15}{60}^\circ + \frac{9}{3600}^\circ = 120{,}2525^\circ$

d) $34{,}78^\circ = 34^\circ + 0{,}78 \cdot 60' = 34^\circ 46{,}8' = 34^\circ 46' + 0{,}8 \cdot 60'' = 34^\circ 46' 48''$

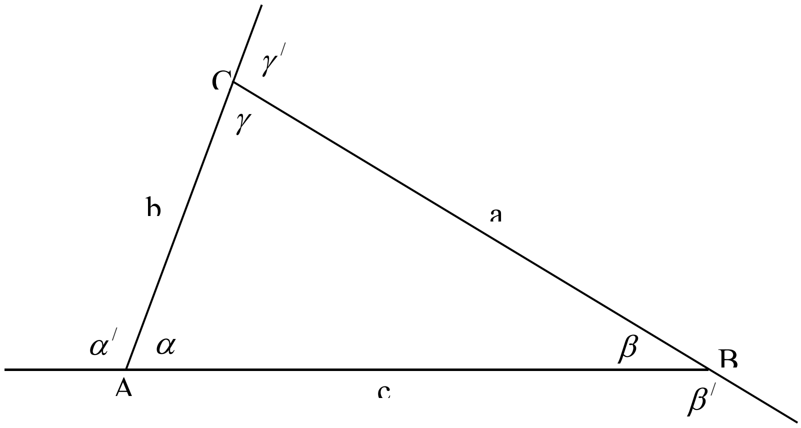
PRIMER:

Poimenuj kote na sliko in izrazi njihove velikosti v stopinjah in radianih.

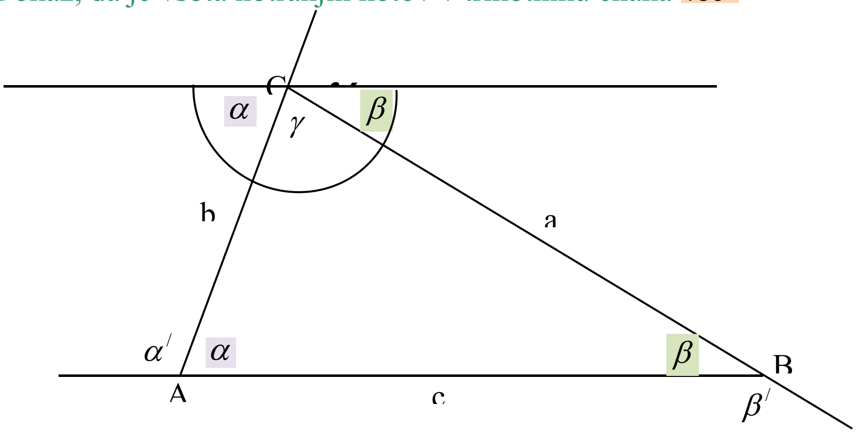


29. Definirajte pojma notranjega in zunanjega kota trikotnika. Povej zveze med notranjimi in zunanjimi koti trikotnika.

Notranji koti: koti $\angle BAC = \alpha$, $\angle CBA = \beta$ in $\angle ACB = \gamma$ so notranji koti trikotnika.
Notranji koti trikotnika so koti, ki ležijo znotraj trikotnika in imajo vrh v oglišču. Označimo jih z α,β in γ.
Zunanji koti: zunanji koti (α', β', γ') so sokoti notranjih kotov.
Zunanji koti ležijo zunaj trikotnika in jih označimo z α', β' in γ'.



Dokaz, da je vsota notranjih kotov v trikotniku enaka 180^0



Dokažemo:
- narišemo trikotnik ,
- skozi oglišče C potegnemo vzporednico stranici c,
- kota, ki sta označena z α sta izmenična in zato skladna,
- kota, ki sta označena z β sta izmenična in zato skladna.

Povezave med koti:

Vsota notranjih kotov v trikotniku je ($\alpha + \beta + \gamma = 180°$).

Vsota notranjega in zunanjega kota ob istem oglišču je ($\gamma + \gamma' = 180°$).

Zunanji kot v trikotniku je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov (α' = β + γ ,β' = α + γ in γ' = α +β).
ker je α + α' = 180°, torej je α' = 180° – α. Po drugi strani je α = 180° – (β + γ), torej je
α' = 180° – α = 180° – (180° – (β + γ)) = β + γ

Vsota zunanjih kotov v trikotniku je($\alpha^{/}+\beta^{/}+\gamma^{/}=360°$).

Dokažimo, da je vsota zunanjih kotov 360°:
pari suplementarnih kotov merijo 180°.

$$\left.\begin{aligned}\alpha + \alpha' &= 180°\\ \beta + \beta' &= 180°\\ \gamma + \gamma' &= 180°\end{aligned}\right\}$$

seštejemo vse tri enačbe in dobimo
$\alpha + \alpha' + \beta + \beta' + \gamma + \gamma' = 180°+180°+180°$
$(\alpha + \beta + \gamma) + \alpha' + \beta' + \gamma' = 360°+180°$, ker je $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, velja $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360°$ (vsota zunanjih kotov je 360°)

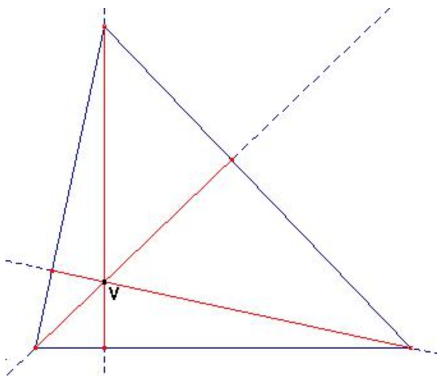
Daljši stranici nasproti leži večji kot in obratno.

PRIMER:
Izrazi kote enakokrakega trikotnika, v katerem meri kot ob vrhu 70^0, v stopinjah in minutah.
Zunanji kot trikotnika v oglišču A meri $\alpha^{/}=150^0$, notranji kot v oglišču B pa $\beta = 35^0$. Koliko merita ostala dva notranja kota?

30. Definiraj pojme (v trikotniku): višina, simetrala stranice, simetrala kota in težiščnica. Navedite nekaj znamenitih točk trikotnika.

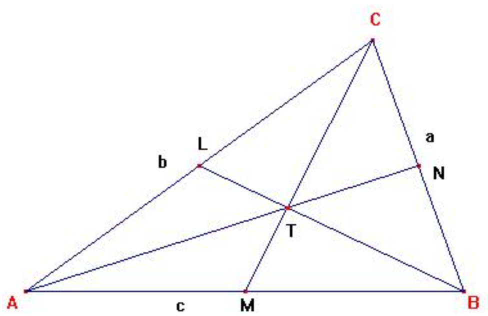
Višine, višinska točka = ortocenter

Višina trikotnika je daljica, ki je pravokotna na dano stranico (oz. njeno nosilko) in gre skozi nasprotno oglišče.
Vse tri višine (oz. nosilke višin) se sečejo v isti točki – ortocenter.



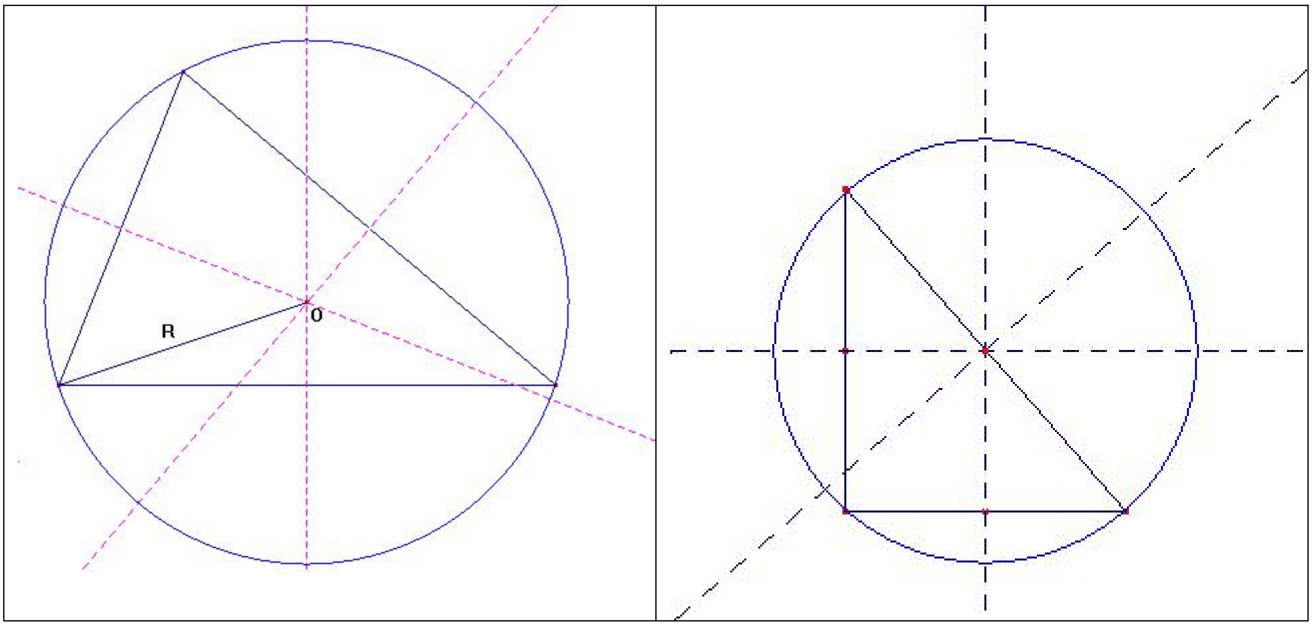
Težiščnice, težišče; $|AT|:|TN| = 2:1$

Težiščnica je daljica, ki ima eno krajišče v razpolovišču S dane stranice, drugo pa v nasprotnem oglišču.
Težišče T je točka, kjer se sečejo vse tri težiščnice.



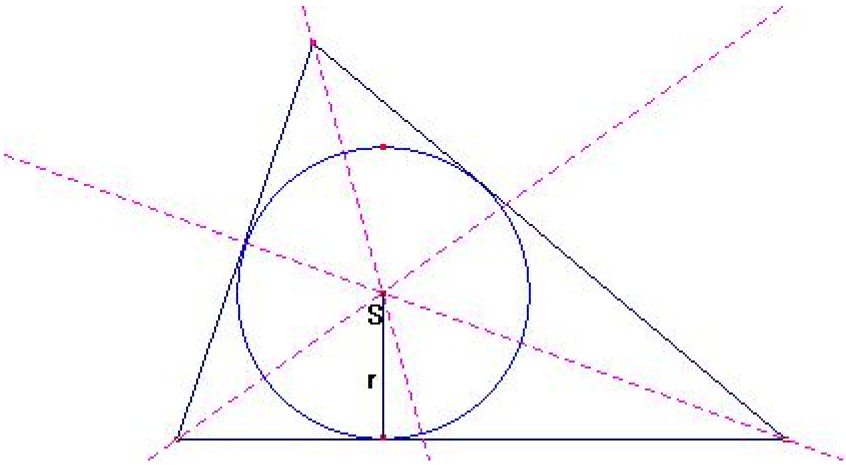
Simetrale stranic, središče očrtanega kroga, središče očrtanega kroga v pravokotnem trikotnik

Simetrala stranice je premica, ki poteka skozi razpolovišče dane stranice in je nanjo pravokotna. Vse tri simetrale se sečejo v skupni točki – središče očrtanega kroga.



Simetrale kotov, središče včrtanega kroga

Simetrala kota je poltrak, za katerega velja, da je vsaka točka, ki na njem leži enako oddaljena od obeh krakov kota. Vse tri simetrale kotov se sečejo v skupni točki – središče včrtanega kroga.



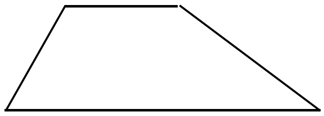
PRIMER:

Obravnavajte navedene pojme v enakostraničnem trikotniku.

31. Definirajte trapez in enakokraki trapez ter naštejte njune lastnosti. Kaj je srednjica trapeza? Kako izračunamo ploščino trapeza?

Trapez je štirikotnik, ki ima en par vzporednih stranic.

Lastnosti trapeza:



- osnovnici sta vzporedni stranici,
- kraka nista nujno enako dolga,
- srednjica je daljica, ki povezuje razpolovišči obeh krakov,
- srednjica je vzporedna osnovnicama (a,c).

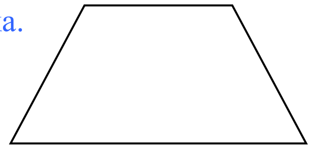
(dolžina srednjice je aritmetična sredina obeh osnovnic $s = \dfrac{a+c}{2}$)

-ploščina trapeza je $S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$

-obseg: $o = a + b + c + d$

Enakokrak trapez je trapez, ki ima enako dolga oba kraka.

Lastnosti enakokrakega trapeza:



- enako dolgi obe diagonali,
- enaka kota ob osnovnici,
- lahko mu očrtamo krožnico.

PRIMER:

Izračunajte ploščino trapeza, katerega osnovnici merita cm in $c = 6$cm, višina pa $v = 5$cm.

Izračunaj krajšo osnovnico enakokrakega trapeza, če meri daljša osnovnica 4cm, višina $2\sqrt{3}$ cm in ploščina $6\sqrt{3}$ cm^2.

32. Kako trikotniku očrtamo in včrtamo krog?

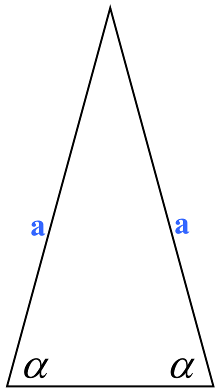
Središče očrtanega kroga dobimo tako, da načrtamo simetrale stranice.
Vse tri simetrale stranic se sečejo v skupni točki – središče očrtanega kroga.
(glej vprašanje 32)

Središče včrtanega kroga dobimo tako, da načrtamo simetrale kotov
Vse tri simetrale kotov se sečejo v skupni točki – središče včrtanega kroga.
(glej vprašanje 32)

PRIMER:

Premisli, kje leži središče pravokotnemu trikotniku očrtanega kroga.

33. Opiši lastnosti enakokrakega trikotnika.



Enakokrak trikotnik ima oba kraka enako dolga:

- kota ob osnovnici sta enako velika,
- višina razpolavlja osnovnico in razdeli trikotnik v dva skladna dela.

PRIMER:
Ploščina enakokrakega trikotnika meri 40cm^2, $v_c = 10cm$. Izračunaj dolžino stranice c in kraka a.

34. Povejte izreke o skladnosti trikotnikov.

SKLADNOST TRIKOTNIKOV:

Definicija: Trikotnika sta skladna, če imata skladne vse stranice in vse kote.

IZREKI O SKLADNOSTI:
trikotnika sta skladna, če se ujemata:

- v dveh stranicah in v vmesnem kotu,
- v vseh treh stranicah,
- v eni stranici in obeh priležnih kotih,
- v dveh stranicah in kotu, ki leži nasproti daljše od obeh stranic.

PRIMER:
Kdaj sta enakostranična trikotnika skladna?

35. Kdaj sta dva trikotnika podobna?

PODOBNOST TRIKOTNIKOV

Trikotnika sta podobna, če imata enaka razmerja vseh treh parov istoležnih stranic in enake vse notranje kote.

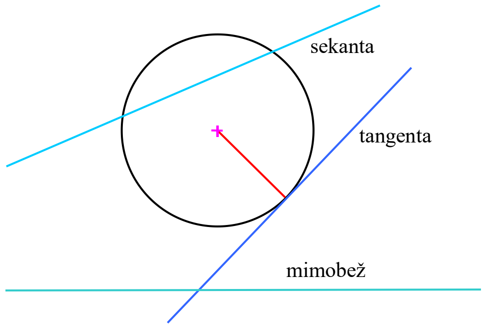
PODODOBNOSTNI IZREKI:
trikotnika sta si podobna, če se ujemata:

- v razmerju vseh treh parov enakoležnih stranic,
- v dveh kotih,
- v razmerju dveh parov enakoležnih stranic in v vmesnemu kotu .

PRIMER:
Trikotnik ABC ima obseg 12 cm, podobni trikotnik EFG pa obseg 16 cm. Izračunaj dolžine stranic trikotnika ABC, če merita v trikotniku EFG stranici a = 7 cm in b = 4?
Stranice trikotnika ABC so v razmerju a:b:c = 4:5:6. Najkrajša stranica podobnega trikotnika EFG pa meri 0,8m. Izračunaj dolžine stranic trikotnika EFG

36. V kakšni medsebojni legi sta lahko premica in krožnica? Kaj je tangenta na krožnico? Kako konstruiramo tangento na krožnico v dani točki krožnice?

Tangenta, sekanta, mimobežnica



Primer: Skonstruiraj tangento nakrožnico iz poljubne točke na krožnici.

PLOŠČINE

37. Navedi sinusni izrek. Kdaj ga uporabljamo?

Sinusni izrek govori o razmerju med dolžinami stranic in sinusi nasprotnih kotov.

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

Izrek je izpeljan iz formul za ploščino trikotnika $S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{1}{2}bc\sin\alpha=\frac{1}{2}ac\sin\beta$

Za vsak trikotnik velja, da je to razmerje enako premeru kroga, ki je danemu trikotniku očrtan.

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2\mathrm{R}$$

Sinusni izrek uporabljamo v poljubnem trikotniku:

- če imamo znano stranico in kot nasproti, lahko izračunamo polmer očrtanega kroga,
- če poznamo dve stranici in kot nasproti ene stranice, lahko izračunamo kot nasproti druge,
- če poznamo dva kota in stranico, ki leži nasproti enemu od danih kotov, lahko izračunamo drugo stranico.

PRIMER:

V trikotniku s podatki $\alpha=50^0$, $a=12cm$, $\beta=60^0$ izračunaj b.

V trikotniku s podatki $\alpha=60^0$, $a=3cm$, $\beta=45^0$ izračunaj b.

38. Navedite kosinusni izrek. Kdaj ga uporabljamo?

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos\gamma$$

Kosinusni izrek uporabljamo v poljubnem trikotniku:

- če poznamo dve stranici in kot med njima, lahko izračunamo tretjo stranico,
- če poznamo vse tri stranice, lahko izračunamo kote,
- če poznamo razmerje vseh treh stranic, lahko izračunamo kote.

PRIMER:
V trikotniku s podatki $a = 2\sqrt{3cm}$, b = $2cm$, c = $4cm$ izračunaj kot α.

39. Navedite kosinusni izrek in iz njega izpelji Pitagorov izrek. Kdaj ju uporabljamo?

PRIMER:
Stranice trikotnika merijo 5, 8 in 10 enot. Ali je trikotnik pravokoten?
V trikotniku ABC poznamo stranici a = 7 cm, c = 8 cm in velikost kota $\beta = 120^0$.Izračunaj dolžino tretje stranice.

40. Izpeljite formule za ploščino pravokotnega, enakostraničnega in poljubnega trikotnika.

PRIMER:
V trikotniku merita stranici a = 16cm in b = 44cm ter kot $\gamma = 30^0$. Izračunaj ploščino trikotnika.

41. Izpeljite formule za ploščino paralelograma in deltoida.

PRIMER:
V paralelogramu merita stranici a = 6cm in b = 4cm ter kot $\gamma = 60^0$. Izračunaj ploščino paralelograma.

RAČUNANJE S POTENCAMI IN KORENI

42. Naštej pravila za računanje s koreni.

-$\sqrt[n]{a}$; a...osnova (korenjenec), n...stopnja korena (korenski eksponent)

-kvadratni koren (in ostale korene sode stopnje) je možno izračunati le,če je osnova pozitivna
-kubični koren (in ostale korene lihe stopnje) lahko izračunamo za pozitivna in negativna števila
-pravila za računanje s kvadratnimi, kubičnimi in drugimi koreni:

$(\sqrt{a})^2 = a$	$(\sqrt[3]{a})^3 = a$	$(\sqrt[n]{a})^n = a$
$\sqrt{a^2} = a$	$\sqrt[3]{a^3} = a$	$\sqrt[n]{a^n} = a$
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
		$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot r]{a^{m\cdot r}}$
		$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$

PAZI:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a^2+b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$$

-racionalizacija imenovalca pomeni ulomek razširiti tako, da nima več korena v imenovalcu.
-delno koreniti število pomeni, da število zapišemo kot produkt dveh faktorjev, od katerih enega lahko korenimo.

PRIMER:
Izračunaj $\sqrt{6a}\sqrt{8b}\sqrt{3ab}$ in $2\sqrt{18} + 3\sqrt{8} + 5\sqrt{32} - 5\sqrt{50}$
Poenostavi izraz $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}\cdot\sqrt[4]{x^3}$

43. Definiraj potenco s pozitivno osnovo in racionalnim eksponentom in povej pravila za računanje s takimi potencami.

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

-Veljajo vsa tista pravila, ki veljajo za potence s celimi eksponenti.

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$a^n : b^n = \left(\tfrac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

PAZI: $2a^{-1} = \frac{2}{a}$

$(2a)^{-1} = \frac{1}{2a}$

PRIMER:

Poenostavi izraz $\left(x^5\right)^{\frac{1}{6}} x^{\frac{1}{3}}$.

REALNA FUNKCIJA REALNE SPREMENLJIVKE, POTENČNE FUNKCIJE

44. Kdaj je realna funkcija realne spremenljivke naraščajoča, padajoča, omejena, neomejena (lahko razložite na primerih)

PRIMER:
Omenjene pojme razložite na primeru $f(x) = x^2 - 1$

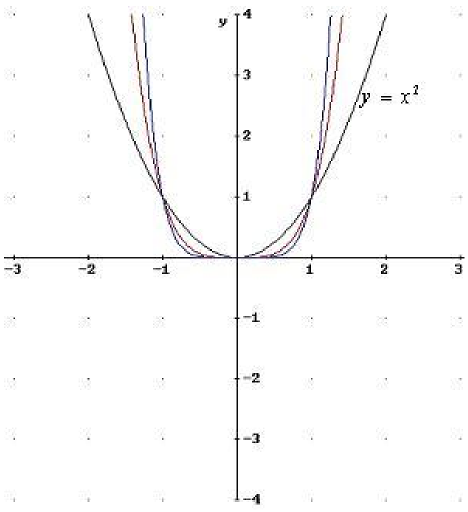
45. Kaj je definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti funkcije?

PRIMER:
Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije $f(x) = x^{-2}$

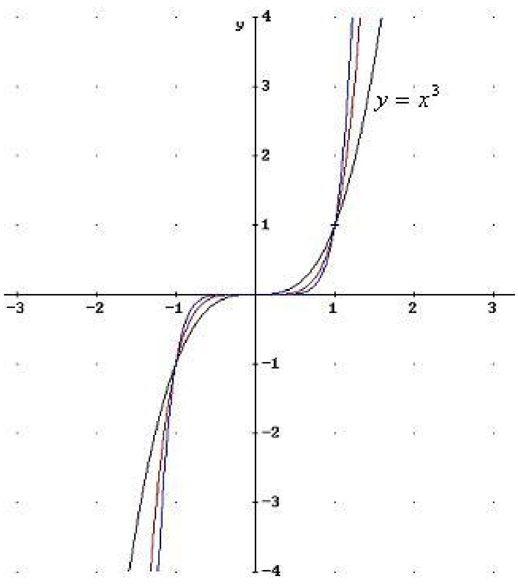
46. Definiraj potenčno funkcijo z naravnim (sodim, lihim) eksponentom. Nariši grafa za n = 2,3 in navedi njune osnovne lastnosti.

Potenčne funkcije s pozitivnimi eksponenti

a) sodimi: $y = x^{2n}$



b) lihimi: $y = x^{2n-1}$



PRIMER:

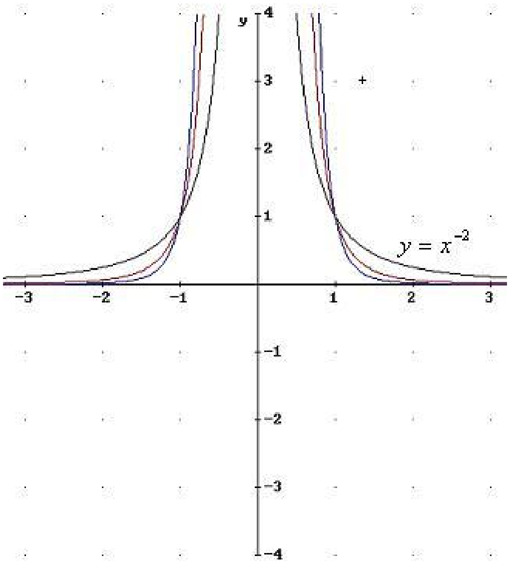
Nariši graf funkcije $f(x) = x^3 + 1$.

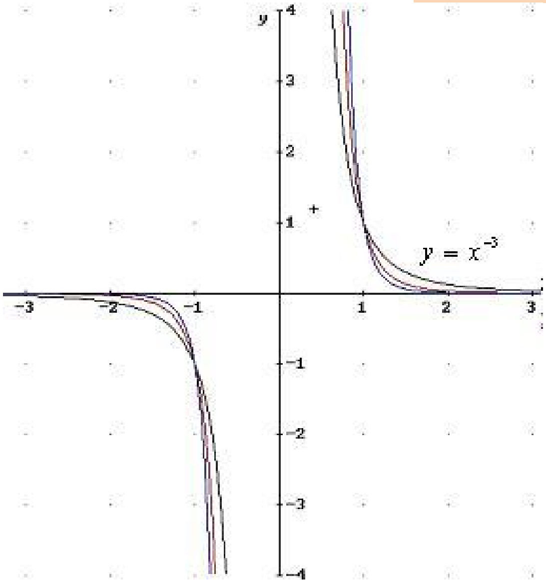
47. Definiraj potenčno funkcijo s celim negativnim (sodim, lihim) eksponentom. Nariši grafa za n = -2,-3 in navedi njune osnovne lastnosti.

Potenčne funkcije z negativnimi eksponenti

a) sodimi: $\mathbf{y = x^{-2n}}$

b) lihimi: $\mathbf{y = x^{-(2n-1)}}$





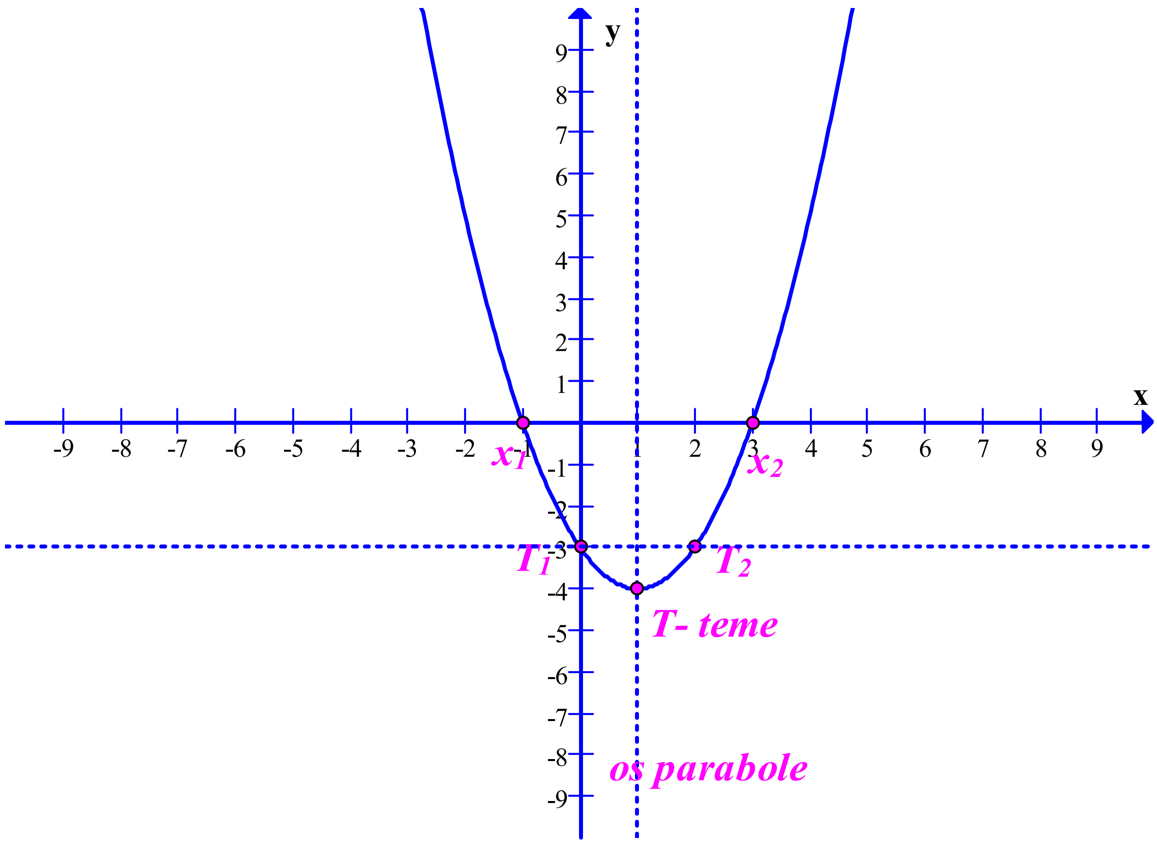
PRIMER:

Nariši graf funkcije $f(x) = x^{-2} + 1$.

KVADRATNA FUNKCIJA, ENAČBA IN NEENAČBA

48. Opiši graf kvadratne funkcije? Kako vpliva vodilni koeficient na obliko grafa?

Graf kvadratne funkcije je parabola



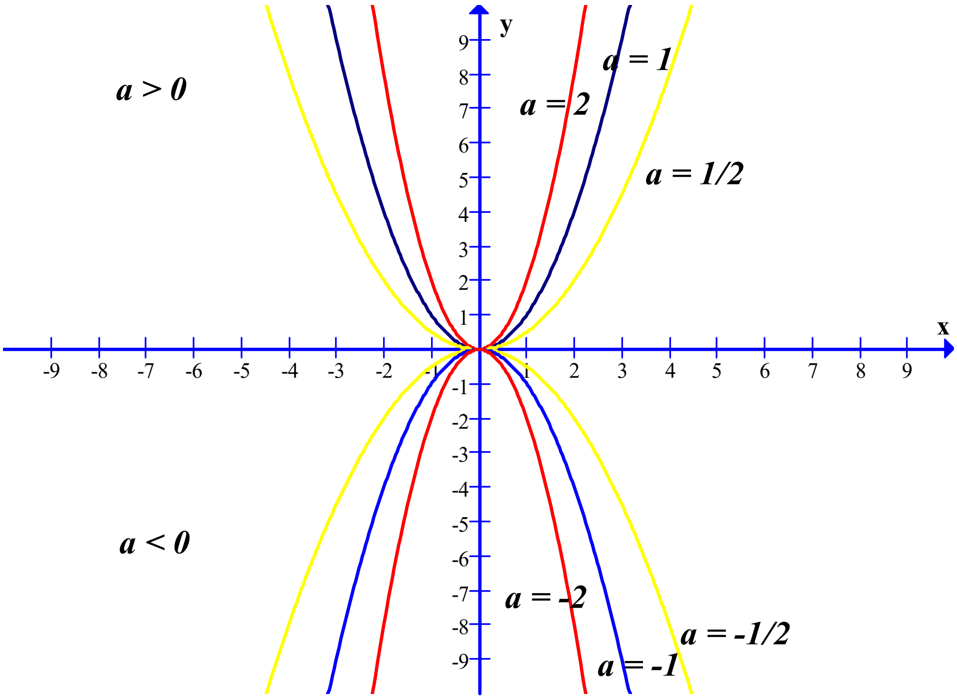
Izračun koordinat temena:

$$p = x_T = -\frac{b}{2a}\ , \qquad q = y_T = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Izračun ničel:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}\ ;\ D = b^2 - 4ac$$

Pomen vodilnega koeficienta a ...



PRIMER:

Narišite graf funkcije $f(x)=2x^2$, $f(x)=-2x^2$ in $f(x)=\frac{1}{4}x^2$.

Načrtaj graf funkcije $y=x^2+3x-4$.

49. Kaj je kvadratna funkcija? Kaj je teme in kaj ničla kvadratne funkcije?

Kvadratna funkcija je preslikava. $f: R \to R; f: x \to ax^2 + bx + c$; a,b,c ; $a \neq 0$

x_1, x_2 ..ničli kvadratne funkcije sta točki, kjer graf funkcije seče x os.

Lahko ju izračunamo po formuli $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$, pri čemer je diskriminanta $D=b^2-4ac$

Teme je točka, kjer graf kvadratne funkcije doseže ekstrem.

x_T, y_T ..sta koordinati temena $T(x_T, y_T)$

Koordinati temena lahko izračunamo tako: $p=x_T=-\dfrac{b}{2a}$, $q=y_T=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$,

PRIMER:

Poišči teme in ničli funkcije $f(x)=2(x-3)(x+1)$

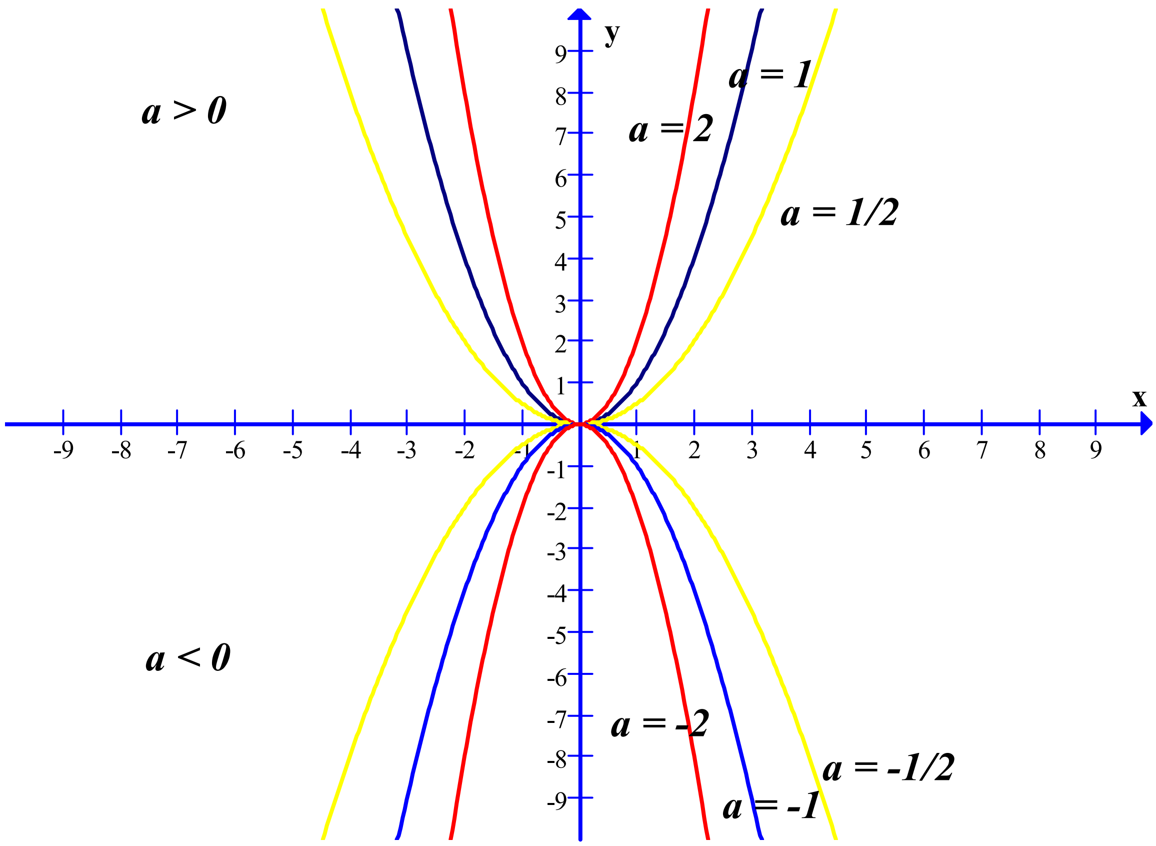
50. Naštej tri najpogostejšo oblike za enačbo kvadratne funkcije in opiši pomen parametrov. Kaj je teme kvadratne funkcije?

Različne oblike zapisa enačbe kvadratne funkcije:

$f(x) = ax^2 + bx + c$	splošna oblika
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	razcepna oblika
$f(x) = a(x - x_T)^2 + y_T$	temenska oblika

Pomen koeficientov:

a ...vodilni koeficient



b ....koeficient linearnega člena vpliva na premik v smeri x osi,

c ....prosti člen določa presek grafa z y osjo,

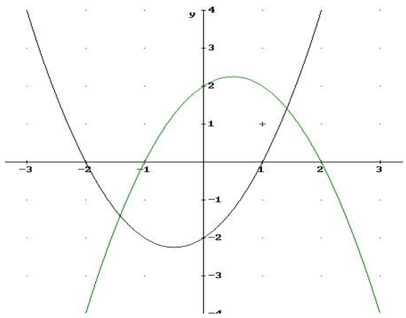
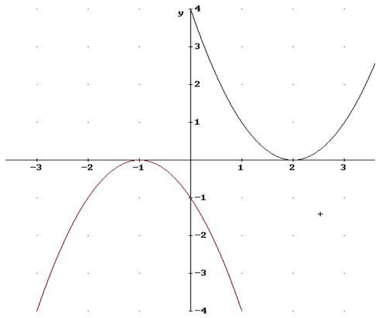
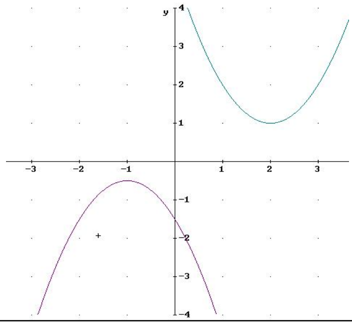
x_1, x_2 ..ničli kvadratne funkcije (točki, kjer graf funkcije seče x os) lahko računamo po formuli

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

pri čemer je diskriminanta $D = b^2 - 4ac$.

D ....diskriminanta odloča o tem, ali bo imela funkcija:

a) dve različni realni ničli, graf funkcije seka x-os dveh različnih točkah	b) eno dvojno ničlo, graf funkcije se le dotakne x-osi	c) nobene realne ničle, graf funkcije ne seče x-osi

$D > 0$ 	$D = 0$ 	$D < 0$ 

x_T, y_T ..sta koordinati temena $T(x_T, y_T)$ (Teme je točka, kjer graf kvadratne funkcije doseže ekstrem.)

Koordinati temena lahko izračunamo tako: $x_T = -\frac{b}{2a}$, $y_T = -\frac{D}{4a}$.

PRIMER:

Zapišite predpis za kvadratno funkcijo f, če ima njen graf teme v $T(-1,0)$ in je $f(0) = 1$.

51. Kako rešujemo kvadratne neenačbe? Kaj je množica rešitev? Pomagajte si s sliko.

Rešitve kvadratne neenačbe dobimo tako, da poiščemo interval, na katerem je ustrezna kvadratna funkcija pozitivna oziroma negativna. O rešitvah odločajo vodilni koeficient a in diskriminanta D. V primeru da je D≥ 0, o rešitvah neenačbe odločajo tudi ničle funkcije.

PRIMER:

Rešite neenačbo $x^2 \leq 3x$.

Rešite neenačbo $x^2 + 6x + 5 < 0$

52. Opiši odvisnost grafa kvadratne funkcije glede na diskriminanto funkcije. Opišite pomen prostega člena.

c ....prosti člen določa presek grafa z y osjo

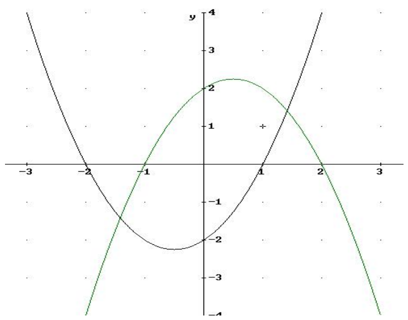
x_1, x_2 ..ničli kvadratne funkcije (točki, kjer graf funkcije seče x os) lahko računamo po formuli $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$,

pri čemer je diskriminanta $D = b^2 - 4ac$

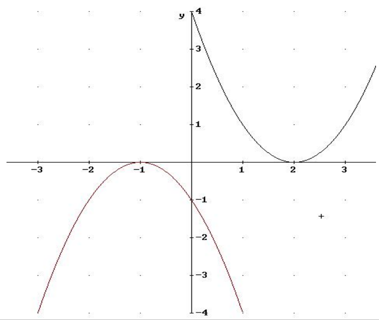
D ....diskriminanta odloča o tem, ali bo imela funkcija:

a) dve različni realni nični, graf funkcije seka x-os dveh različnih točkah	b) eno dvojno ničlo, graf funkcije se le dotakne x-osi	c) nobene realne ničle, graf funkcije ne seče x-osi

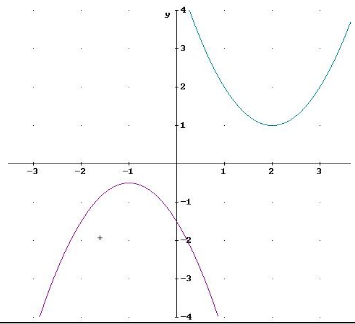
$D > 0$



$D = 0$



$D < 0$



PRIMER:
Zapišite kvadratno funkcijo, ki ima vodilni koeficient -2, diskriminanto enako 0 in prosti člen -2.

53. Zapiši kvadratno enačbo. Kako jo rešimo (zapiši formulo)?

KVADRATNA ENAČBA: $ax^2 + bx + c = 0$; $a,b,c \in R$; $a \neq 0$

Kvadratna enačba $ax^2 + bx + c = 0$ ima lahko največ dve rešitvi.

Če je enačba razcepna, poiščemo rešitve s pomočjo razcepa.

Če enačba ni razcepna, izračunamo rešitvi po formuli $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, pri čemer je diskriminanta

$D = b^2 - 4ac$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

$D > 0$ – rešitvi sta različni realni št.
$D < 0$ – nima realnih rešitev
$D = 0$ – rešitvi sta enaki realni št.

PRIMER:
Reši enačbo $(x+1)^2 - 2x^2 - 4 + (x+1)(x-1) = 0$.

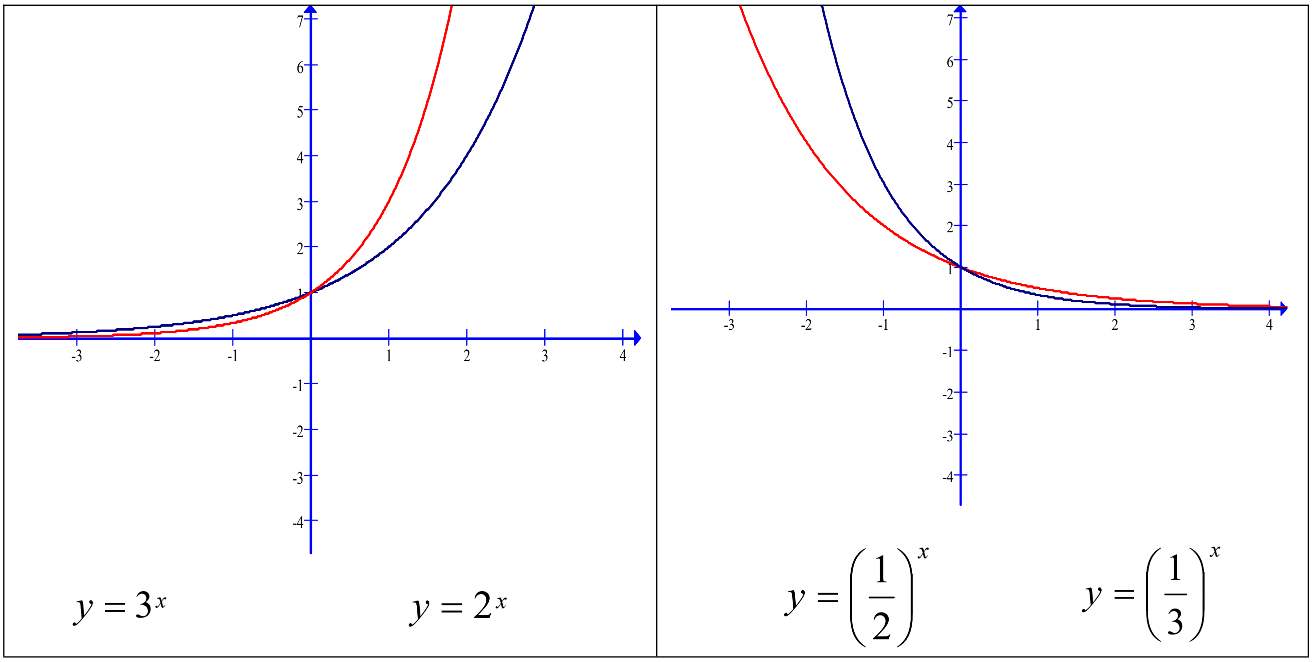
54. Kako lahko določimo presečišča kvadratnih parabol?

PRIMER:
Izračunaj kje se sekata paraboli $y = -.x^2 + 1$ in $y = x^2 + 2x - 3$

EKSPONENTNA IN LOGARITEMSKA FUNKCIJA IN ENAČBA

55. Zapišite funkcijski predpis za eksponentno funkcijo, narišite njen graf in povejte njene osnovne lastnosti.

Funkciji $y = a^x$ (a > 0, a ≠ 1) pravimo **eksponentna** funkcija .(Pazi: $y = x^a$ je potenčna funkcija)



a > 1 **0 < a < 1**

Lastnosti :

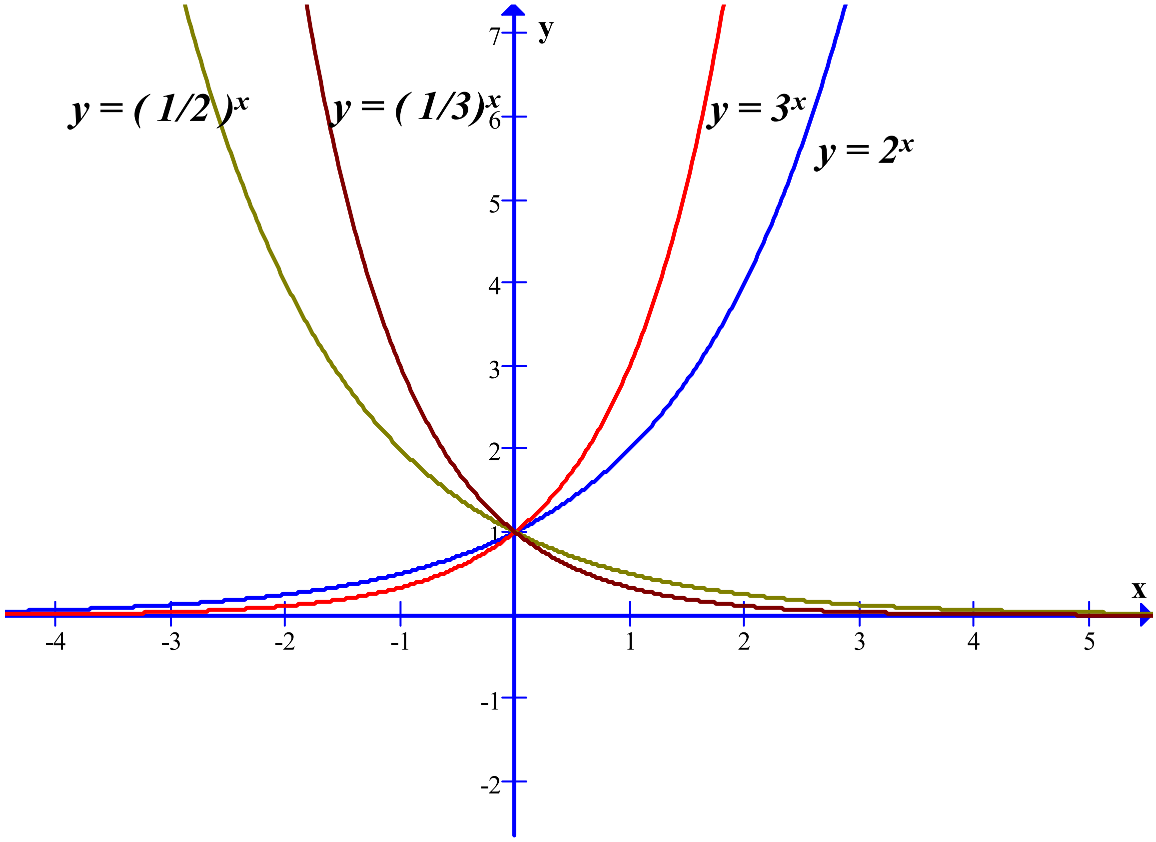
- je definirana za vsak realen x
- funkcijske vrednosti so vedno pozitivne
- vsi grafi gredo skozi točko T(0 , 1)
- za a > 1 je naraščajoča , za 0 < a < 1 pa padajoča
- abscisna os je vodoravna asimptota

PRIMER:

Zapišite enačbo eksponentne funkcije, če gre njen graf skozi točko $A\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

Načrtaj graf funkcije $y = 2^x$ in $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

56. V istem koordinatnem sistemu narišita grafe eksponentnih funkcij z različnimi osnovami (0<a<1, a>1). Kaj imajo vsi grafi skupnega in v čem se razlikujejo?



Skupne lastnosti :

- vse so definirane za vsak realen x,
- funkcije so za vsak realen x pozitivne,
- grafi funkcij gredo skozi točko T (0 , 1) .

Razlike :

- za a > 1

- funkcije so naraščajoče,
- abscisna os je vodoravna asimptota grafa za x < 0.

- za 0 < a < 1 :

- funkcije so padajoče,
- abscisna os je vodoravna asimptota grafa za x > 0,
- grafa funkcij $y = a^x$ in $y = a^{-x}$ sta simetrična na ordinatno os.

PRIMER:

Načrtaj grafa funkcije $y = 2^x$ in $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ v isti koordinatni sistem

57. Kako rešujemo logaritemske enačbe? (na primerih)

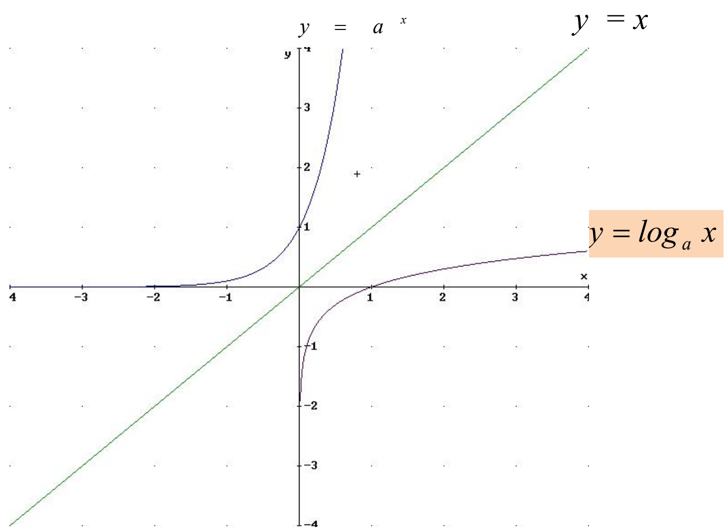
V logaritemski enačbi neznanka nastopa v logaritmandu ali pa v osnovi logaritma. Pri reševanju upoštevamo definicijo in lastnosti logaritma .
Ponavadi dobimo eno od naslednjih oblik :
$log_a x = b$ in od tod je $x = a^b$ ali pa
$log_x a = b$ in od tod je $x = \sqrt[b]{a}$
Če nastopajo logaritmi v več členih enačbe , levo in desno stran enačbe običajno preuredimo v logaritem enočlenika in nato izpustimo logaritme , saj je logaritemska funkcija enolična. Dobljeno algebrsko enačbo rešimo in rezultat **obvezno** preverimo v prvotni logaritemski enačbi , ker končna enačba ni vedno enakovredna logaritemski .

PRIMER:
Reši enačbe: $\log_3 x = 2$
$\log 2x = \log(x+9)$
$\log_x 3 = 2$

58. Definirajte logaritemsko funkcijo z osnovo $a > 1$ in narišite njen graf. Določite njeno definicijsko območje in naštejte vse njene lastnosti.

Inverzno funkcijo k eksponentni funkciji $y = a^x$ imenujemo **logaritemska funkcija** z osnovo *a* in jo zapišemo $y = log_a x$. Neodvisno spremenljivko *x* imenujemo *logaritmand.*
Definicija : **Logaritem števila *x* pri osnovi a je eksponent , s katerim potencirana osnova *a* je enaka *x* .**

$$log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$



Lastnosti logaritemske funkcije :

- definirana je samo za pozitivne x,
- logaritem števila 1 je pri vsaki osnovi a > 0 , a ≠ 1 enak 0 : $log_a 1 = 0$,
- logaritem lastne osnove je enak 1 : $log_a a = 1$,
- logaritem z osnovo a > 1 je na intervalu x > 1 pozitiven , na intervalu 0 < x < 1 pa negativen,
- logaritemska funkcija z osnovo a > 1 je naraščajoča,
- njen graf je simetričen grafu eksponentne funkcije z enako osnovo glede na simetralo lihih kvadrantov y = x.

PRIMER:
Določite definicijsko območje in ničlo funkcije $f(x) = \log x + 3$.

59. Kako rešujemo eksponentne enačbe? (na primerih)

Enačba je eksponentna , če neznanka x nastopa le v eksponentu .
Takšne enačbe skušamo rešiti po enem od naslednjih načinov :

- levo in desno stran enačbe preoblikujemo na enako osnovo,nato izenačimo eksponente,
- levo in desno stran enačbe preoblikujemo na enak potenčni eksponent, nato eksponent izenačimo z 0,
- če so različne osnove in eksponenti skušamo rešiti enačbo z logaritmi,
- če je neznanka v eksponentu pomnožena z različnimi koeficienti uvedemo novo neznanko,
- dobljene enačbe rešimo in napravimo preizkus v prvotni eksponentni enačbi,
- enačbe, v katerih nastopa neznanka v eksponentu in osnovi , pa rešujemo grafično in rezultat odčitamo iz grafa.

PRIMER:
Reši enačbe: $2^x + 2^{x+1} = 6$, $2^x \cdot \frac{1}{2} = 3^x \cdot \frac{1}{3}$ in $3^x = 7$

Reši enačbo: $3^{-x} = \dfrac{1}{27}$

60. Naštejte pravila za računanje z logaritmi.

1. Logaritem produkta je enak vsoti logaritmov posameznih faktorjev.
   $log_a(A \cdot B) = log_a A + log_a B$
2. Logaritem količnika je enak razliki logaritmov deljenca in delitelja
   $log_a \dfrac{A}{B} = log_a A - log_a B$
3. Logaritem potence je produkt eksponenta in logaritma osnove
   $log_a A^n = n.log_a A$

Z logaritmi torej računamo eno stopnjo niže kot s števili , zato izraza $log_a(A + B)$ ne bomo preoblikovali , ker logaritma vsote ni mogoče izraziti z logaritmi posameznih členov .

Poenostavi izraze: $\log(2-x) + \log(x-5) - \log(6-3x)$

$2\log_3 x$

Poenostavi izraze:

$2\log x + \log \frac{1}{x} - \log(10x)$

$\log x + \log(x+9) - 1$

$3\log_x 2$

$2\log x + \log \frac{1}{x} - \log(10x)$

Logaritmirajte izraz $\frac{\sqrt[3]{a^2 b}}{c^5}$, če so *a, b, c* pozitivna števila.

PRIMER:
Izračunajte presečišče krivulje $y = \log x$ s premico $y = -1$.

POLINOMI IN RACIONALNE FUNKCIJE

61. Definirajte racionalno funkcijo. Kaj je ničla in kaj pol racionalne funkcije? Kako se obnaša graf racionalne funkcije daleč od izhodišča? Kako se graf racionalne funkcije obnaša v bližini pola?

PRIMER:

Skicirajte graf funkcije $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$

Analiziraj funkcijo $f(x)=\dfrac{3x+6}{x-1}$ in nariši njen graf.

Skicirajte graf funkcije $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$

Analiziraj funkcijo $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ in nariši njen graf.

62. Kaj je ničla polinoma? Kdaj je ničla druge stopnje?

PRIMER:

Določi ničle polinoma $p(x)=(x-3)(x+2)^2(x-1)^3$.

63. Opiši Hornerjev algoritem in pojasni njegovo uporabnost.

PRIMER:

S pomočjo Hornerjevega algoritma reši enačbo $x^3-3x+2=0$.

64. Kaj je ničla polinoma (enostavna, večkratna)? Koliko ničel ima polinom *n* - te stopnje? Kako zapišemo polinom, če poznamo vse njegove ničle?

PRIMER:

Polinom tretje stopnje z realnimi koeficienti ima ničlo $x_1=2$ in dvojno ničlo $x_2=0$. Njegov graf poteka skozi točko $T(1,5)$ Določite funkcijski predpis.

Zapiši polinom 3. stopnje z vodilnim koeficientom 2, z dvojno ničlo v x = 1 in enojno ničlo v x =-2.

65. Opiši postopek deljenja polinoma z linearnim polinomom. Opiši Hornerjev algoritem in pojasni njegovo uporabnost.

PRIMER:

S Hornerjevim algoritmom določi vrednost polinoma $p(x)=x^4+3x^3-x^2+5x+1$ v točki x=2.

66. Razložite postopek risanja grafa polinoma. Kako vodilni člen in prosti člen vplivata na potek grafa polinoma?

PRIMER:

Skicirajte graf polinoma $p(x) = x(x+1)^2(x-1)^3$.

Skicirajte graf polinoma $p(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$.

Skicirajte graf polinoma $p(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$.

67. Definiraj racionalno funkcijo.

PRIMER:

Nariši graf funkcije $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$.

68. Opiši postopek risanja grafov racionalnih funkcij.

PRIMER:

Skicirajte graf funkcije $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$.

69. Kaj je ničla realne funkcije realne spremenljivke? Opišite obnašanje grafa polinoma in racionalne funkcije v okolici ničel.

PRIMER:

Skicirajte graf polinoma $p(x) = (x-1)(x^2-1)$. Na katerih intervalih je polinom p pozitiven?

Izračunajte ničle polinoma $p(x) = 3x(x+2)^2(x-2)^3$ in skicirajte njegov graf.

70. Definirajte polinom ter opišite osnovne računske operacije s polinomi (seštevanje in množenje). Kdaj sta dva polinoma enaka?

PRIMER:

Polinom $p(x) = ax(x-b)(x-1)$ in $q(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$ sta enaka. Izračunajte a in b.

71. Kako poiščemo cele in racionalne ničle polinoma s celimi ali racionalnimi koeficienti?

PRIMER:

Poiščite racionalne ničle polinoma $p(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ in ga nato razstavite.

72. Naštejte osnovne prijeme za risanje grafov funkcij.

PRIMER:

Skicirajte graf funkcije $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

73. Kaj je ničla realne funkcije realne spremenljivke? Opišite obnašanje grafa polinoma in racionalne funkcije v okolici ničel.

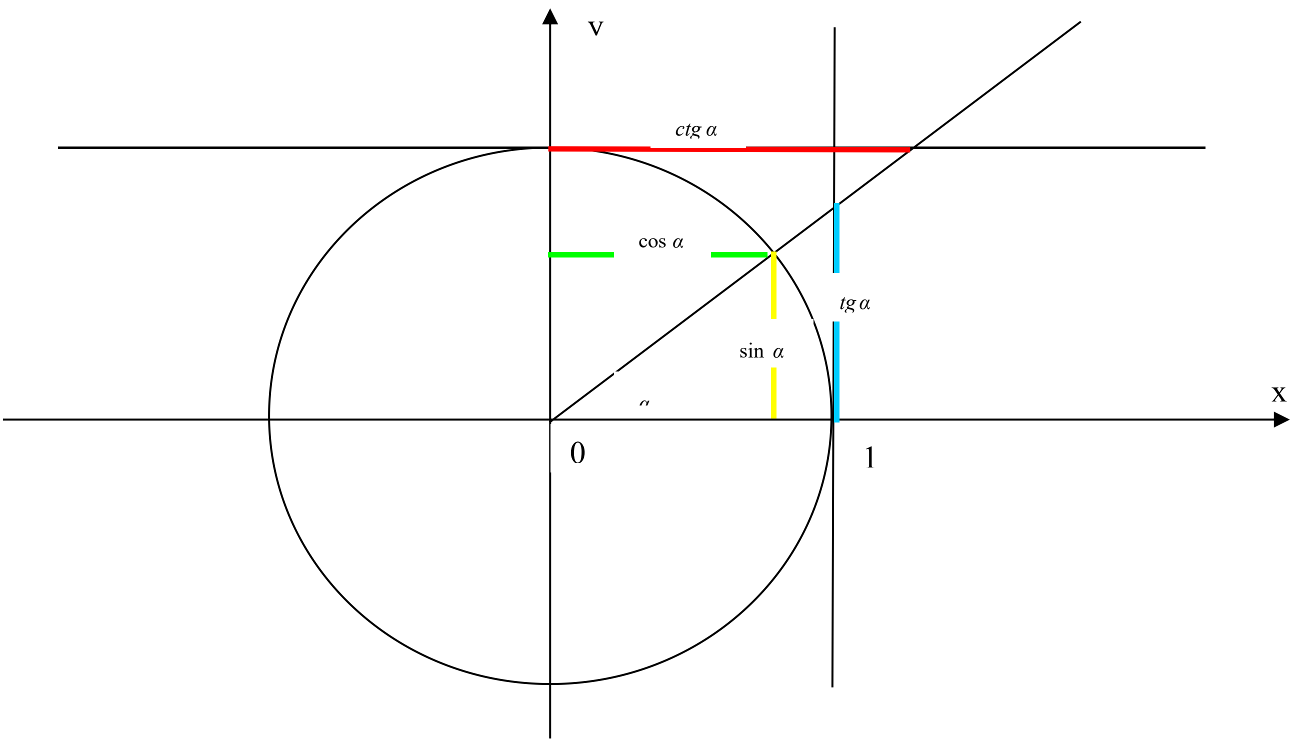
PRIMER:
Skicirajte graf polinoma $p(x) = (x-1)(x^2-1)$ Na katerih intervalih je polinom p pozitiven?
Izračunajte ničle polinoma $p(x) = 3x(x+2)^2(x-2)^3$ in skicirajte njegov graf.

74. Definirajte polinom ter opišite osnovne računske operacije s polinomi (seštevanje in množenje). Kdaj sta dva polinoma enaka?

PRIMER:
Določite a in b tako, da bosta polinoma $p(x) = ax(x-b)(x-1)$ in $g(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$ enaka.

KOTNE FUNKCIJE - TRIGONOMETRIJA

75. Definiraj kotne funkcije na enotski krožnici.

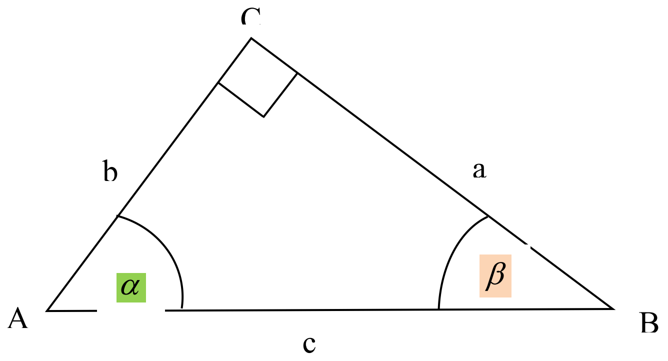


Sin α je ordinata točke, v kateri drugi krak kota α seče enotsko krožnico.
Cos α je abscisa točke, v kateri drugi krak kota α seče enotsko krožnico.
Tg α je ordinata točke, v kateri drugi krak kota α seče navpično tangento (na desni strani)
Ctg α je abscisa točke, v kateri drugi krak kota α seče vodoravno tangento (zgoraj)

PRIMER:
Reši enačbo $\sin x = 1$ in $\cos x = 0$.

76. Definiraj kotne funkcije v pravokotnem trikotniku.

Definicija kotne funkcije v pravokotnem trikotniku s katetama a, b in hipotenuzo c



c…hipotenuza
a, b…kateti;
b…kotu α priležna kateta
a…kotu α nasprotiležna kateta
a…kotu β priležna kateta
b…kotu β nasprotiležna kateta

Definicije kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku

$$\sin\varphi = \frac{\text{kotu } \varphi \text{ nasprotiležna kateta}}{\text{hipotenuza}} \quad \sin\alpha = \frac{a}{c}, \ \sin\beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\varphi = \frac{\text{kotu } \varphi \text{ priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} \quad \cos\alpha = \frac{b}{c}, \ \cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\text{kotu } \varphi \text{ nasprotiležna kateta}}{\text{kotu } \varphi \text{ priležna kateta}} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}, \ \operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{ctg}\varphi = \frac{\text{kotu } \varphi \text{ priležna kateta}}{\text{kotu } \varphi \text{ nasprotiležna kateta}} \quad ctg\alpha = \frac{b}{a}, ctg\beta = \frac{a}{b}$$

Povezave med kotnimi funkcijami istega kota

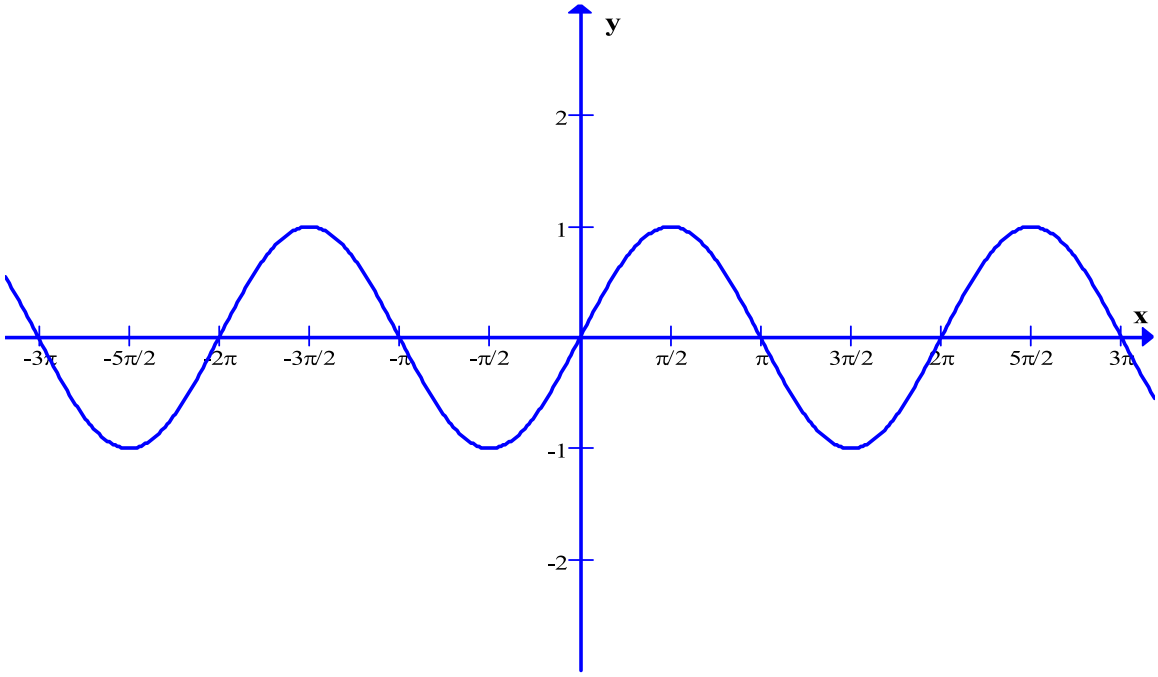
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}, \qquad \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = 1$$
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

PRIMER:

Izračunaj dolžino hipotenuze v pravokotnem trikotniku z $\alpha = 36^0$, $a = 6cm$.

Razreši pravokotni trikotnik $\alpha = 30^0$, $a = 10cm$.

77. Definirajte funkcijo $x \mapsto \sin x$ za poljuben kot, narišite njen graf in povejte njene lastnosti (minimum, maksimum, ničle, perioda, zaloga funkcijskih vrednosti…).



Lastnosti funkcije *f(x) = sin x*

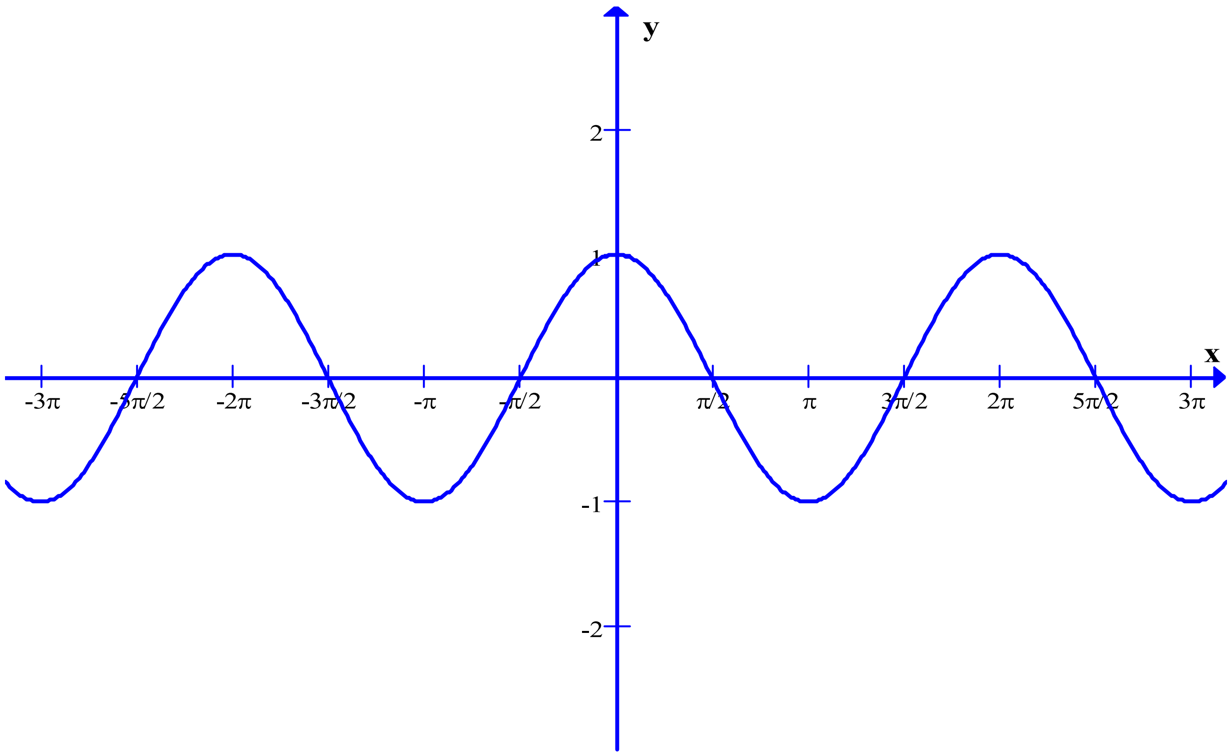
- Zaloga vrednosti : [-1,1] ; Z_p = [-1,1]
- Def. območje : Df = R
- Periodična funkcija: perioda 2∏
- Liha funkcija
- Ničle : $x = k\pi$; k∈Z

PRIMER:

Kje graf funkcije sinus seka premico $y = \frac{1}{2}$?

Nariši graf funkcije $f(x) = -2\sin x$.

78. Definirajte funkcijo $x \mapsto \cos x$ za poljuben kot, narišite njen graf in povejte njene lastnosti (minimum, maksimum, ničle, perioda, zaloga funkcijskih vrednosti…).



Lastnosti funkcije $f(x) = \cos x$

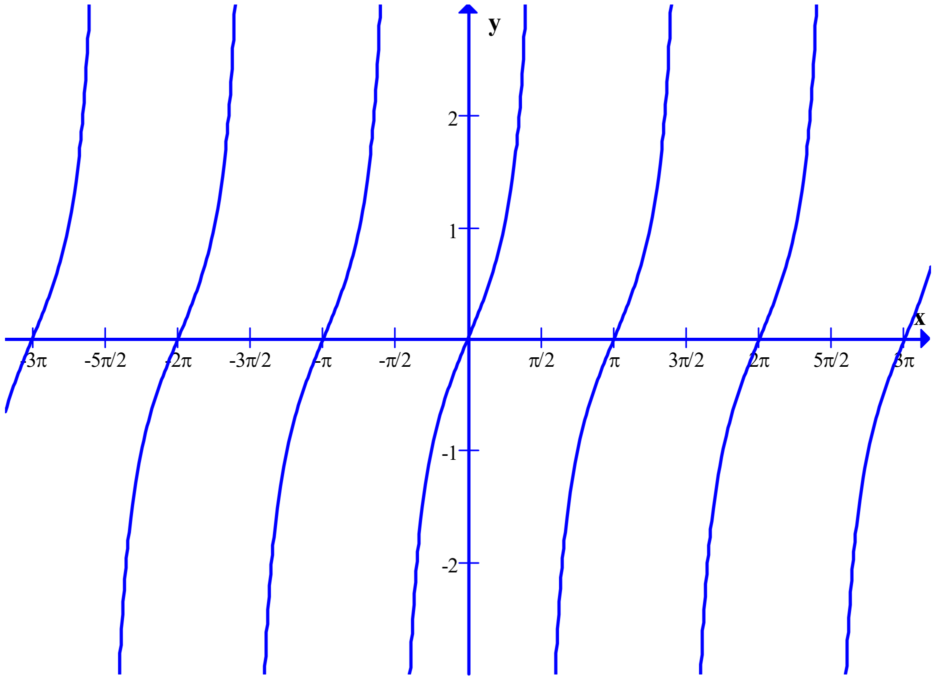
- Zaloga vrednosti : [-1,1] ; Z_p = [-1,1]
- Def. območje : Df = R
- Periodična funkcija: perioda 2π
- Soda funkcija
- Ničle : $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad ; k \in Z$

PRIMER:

Izračunajte presečišča grafa funkcije $f(x) = \cos x$ s premico $y = \frac{1}{2}$.

Nariši graf funkcije $f(x) = -2\cos x$.

79. Definirajte funkcijo $f(x)=tgx$ za poljuben kot, narišite njen graf in povejte njene lastnosti.



Lastnosti funkcije tangens:

- Definirana je za vsa realna števila , razen v ničlah funkcije kosinus.
- Zaloga vrednosti so vsa realna števila Zf=R
- Je periodična z osnovno periodo π : tg ($\alpha+\pi$) = tg α
- Je liha funkcija : tg(-x) = -tg x
- Je pozitivna na intervalih (k π , π /2 + k π); k∈Z (za kote v prvem in tretjem in kvadrantu).
- Je negativna na intervalih (- π /2 + k π , k π); k∈Z (za kote v drugem in tretjem kvadrantu).
- Ničle: $x = k\pi$, $k \in Z$
- Poli: x= π /2 + k π , k∈Z

PRIMER:

Reši enačbo $tg(x)=1$

Izračunaj $tg20^0 + tg(-20^0)$.

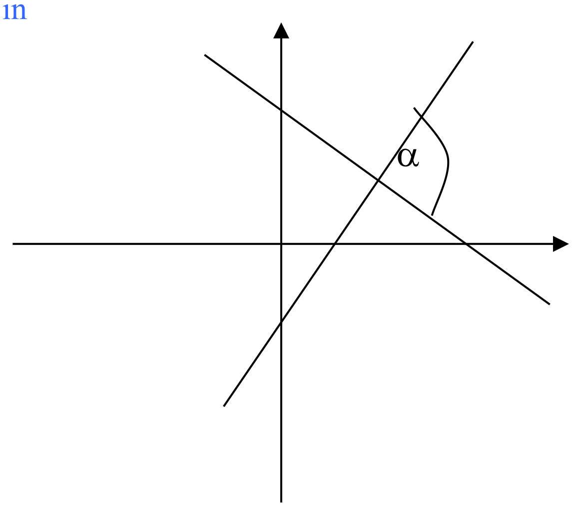
80. Definiraj kot med premicama. Kako ga izračunamo?

PRIMER:

Na minuto natančno izračunaj ostri kot med premicama $y=-\sqrt{3}\cdot x+3$ ter $y=\sqrt{3}\cdot x+1$.

81. Kaj je naklonski kot premice? Kaj velja za smerna koeficienta vzporednih (pravokotnih) premic?

Ostri kot med premicama $y = k_1 x + n_1$ in
$y = k_2 x + n$



PRIMER:

Pod kolikšnim kotom seka premica $3x-2y-12=0$ ordinatno os?

Na minuto natančno izračunaj ostri kot med premicama $2x+3y-5=0$ in $3x-2y-6=0$.

82. Kako vplivata parametra A in ω na obliko grafa funkcija $f(x)=A\sin(\omega x)$

PRIMER:

Nariši graf funkcije $f(x)=3\sin x$

Nariši graf funkcije $f(x)=\sin(2x)$

83. Kako vplivata parametra A in ω na obliko grafa funkcija $f(x)=A\cos(\omega x)$

PRIMER:

Nariši graf funkcije $f(x)=-2\cos x$

Nariši graf funkcije $f(x)=\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

84. Zapiši osnovne zveze med kotnimi funkcijami istega kota.

PRIMER:

Poenostavi izraz $\dfrac{tgx\cdot\sin x}{1-\cos^2 x}$

POVRŠINE IN PROSTORNINE

85. Opišite valj. . Kaj veste o osnem preseku valja? Kako izračunamo površino in prostornino valja?

PRIMER:

Prostornina valja meri $280cm^2$, višina pa $7cm$. Izračunaj površino.

86. Opišite prizmo in navedite formuli za prostornino prizme in površino pokončne prizme. Kakšne tipe prizem poznate?

PRIMER:

Izračunaj površino pravilne 4-strane prizme, ki ima osnovni rob 8*cm* in višino 12*cm*.

87. Opišite pokončno piramido. Kako izračunamo površino in prostornino piramide?

PRIMER:

Izračunaj površino in prostornino pravilne 4-strane piramide z osnovnim robom 2*dm* in stranskim robom 15*cm*.

Izračunaj prostornino pravilne 4-strane piramide z osnovnim robom 5*cm*, ki ima višino dvakrat večjo.

88. Opiši pokončni stožec. Kaj je plašč stožca in kako izgleda, če ga razgrnemo v ravnino? Kako izračunamo površino in prostornino stožca?

PRIMER:

Izračunaj prostornino stožca, če merita polmer r = 3*cm* in stranica s = 5*cm.*

Osnovni presek pokončnega stožca meri $40cm^2$, višina pa *5cm*. Izračunaj prostornino stožca.

ZAPOREDJA

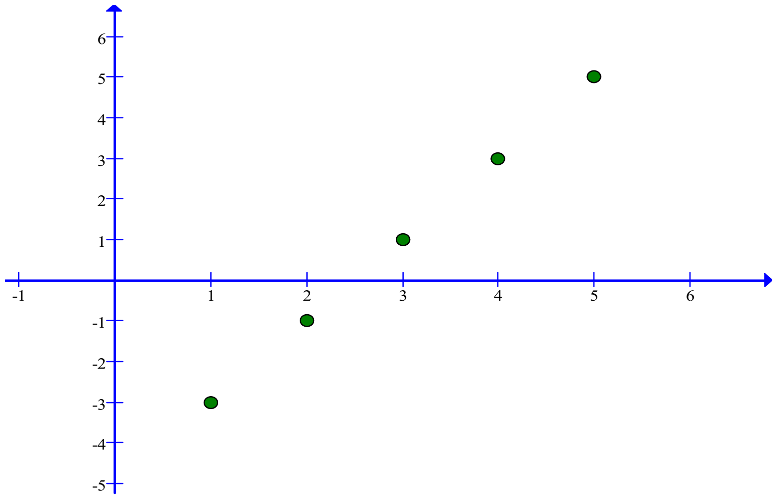
89. Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov. Kaj je aritmetična sredina dveh števil?

Zaporedje je aritmetično, če je razlika dveh sosednjih členov $a_{n+1} - a_n$ vedno enaka .Tej razliki pravimo **diferenca** zaporedja in jo označimo s črko d; $d = a_{n+1} - a_n$.

Iz te enačbe pridemo do zapisa splošnega člena $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$ -vsak naslednji člen dobimo tako, da prejšnjemu prištejemo d

Če je diferenca pozitivna (d > 0), potem zaporedje narašča, če je negativna (d < 0), pa pada. V primeru, da je diferenca nič (d = 0) , so vsi členi enaki. Torej je v tem primeru zaporedje konstantno (je aritmetično, pa tudi geometrijsko)

Graf aritmetičnega zaporedja lahko primerjamo s premico - če namreč povežemo točke z ravnimi črtami, dobimo premico.
Npr. Zaporedje $a_n = -3 + (n-1)2$ - njegovi členi so $-3, -1, 1, 3, 5, \ldots$



točke ležijo na premici.

Obrazec za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja je $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$

oz. če namesto a_n napišemo $a_1 + (n-1)d$, dobimo $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

Od tu ime **aritmetična sredina** dveh števil - število **c** je aritmetična sredina števil **a** in **b** , če velja $c = \frac{a+b}{2}$.

PRIMER:
Zapišite 1999. člen aritmetičnega zaporedja 5, 9, 13, 17, ...
V aritmetičnem zaporedju je prvi člen -16, sedmi pa 8. Izračunaj diferenco zaporedja.
Izračunaj 20. člen aritmetičnega zaporedja, če je prvi člen 4 in diferenca 2.
Za kateri x je zaporedje x, x + 5, x + 15 aritmetično?

90. Kdaj je zaporedje geometrijsko? Zapišite splošni člen in vsoto prvih *n* členov. Kaj je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil?

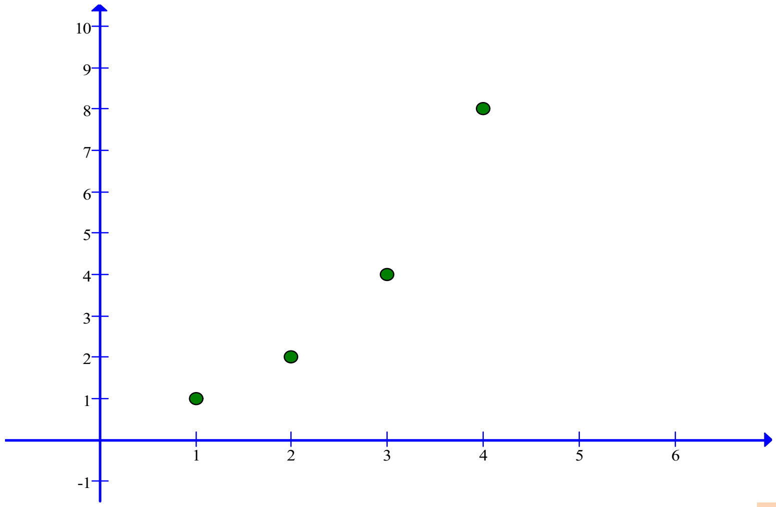
Zaporedje je geometrijsko, če je kvocient dveh sosednjih členov a_{n+1} / a_n vedno enak .**Kvocient** označimo s črko q.

$$\boxed{q = \frac{a_{n+1}}{a_n}}$$

Iz te enačbe pridemo do zapisa splošnega člena $\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$ - vsak naslednji člen dobimo tako, da prejšnjega pomnožimo s q.

Če je kvocient večji od 1 (q > 1), potem zaporedje narašča, če je med 0 in 1 (0 < q < 1), pa pada. V primeru, da je kvocient enak 1 (q = 1) , so vsi členi enaki. Torej je v tem primeru zaporedje konstantno (je geometrijsko, pa tudi aritmetično)
Če je kvocient negativno število, potem dobimo alternirajoče zaporedje (vsak drugi člen je pozitiven oz. negativen)
Geometrijsko zaporedje, ki ima kvocient $-1 < q < 1$ ($|q| < 1$), je omejeno. Zgornja meja je prvi člen, spodnja je odvisna od zaporedja.

Graf geometrijskega zaporedja (q > 0) lahko primerjamo z grafom eksponentne funkcije - točke geometrijskega zaporedja ležijo na njenem grafu.
Npr. Zaporedje $a_n = 2^{n-1}$ - njegovi členi so 1,2,4,8,16,…



Obrazec za vsoto n členov geometrijskega zaporedja je $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Za geometrijsko zaporedje velja $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ (kvocient je enak),

Enačbo preuredimo, dobimo $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$ oz. $a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$

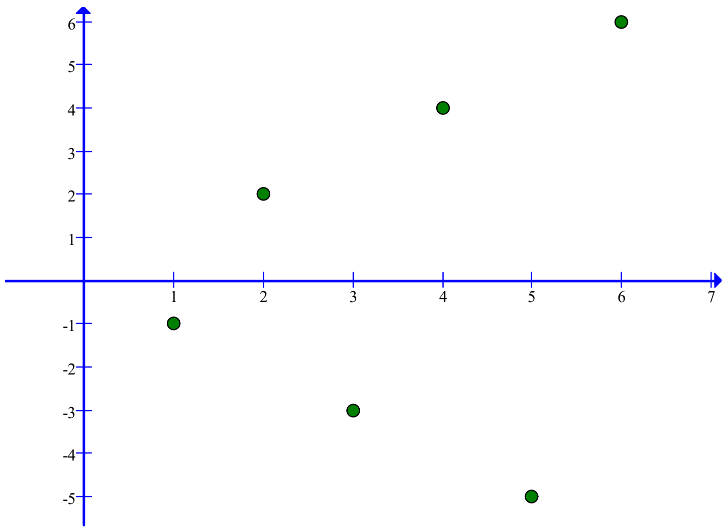
Od tu ime geometrijska **sredina** dveh števil - število **c** je geometrijska sredina števil **a** in **b** , če velja $c = \sqrt{a \cdot b}$.

PRIMER:
Določite *x* tako, da bo zaporedje *x*, 2, 4 geometrijsko.
Določi prvi člen in količnik geometrijskega zaporedja, če je drugi člen 1 in četrti $\frac{1}{4}$.
Za kateri x je zaporedje $x + 1$, $2x$, $3x$ geometrijsko?

91. Kaj je zaporedje? Kdaj narašča (pada), kdaj je omejeno?

Zaporedje je funkcija, ki vsakemu naravnemu številu priredi realno vrednost; $f: \boldsymbol{N} \to \boldsymbol{R}$
Definicijsko območje so naravna števila 1,2,3,4,5 …,
Zalogo vrednosti sestavljajo **členi zaporedja** $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ in sicer je $a_1 = f(1)$, $a_2 = f(2)$ …
Funkcijski predpis je podan s splošnim členom, z rekurzivno formulo ali pa zaporedje definiramo kar z naštevanjem členov.
Npr. $a_n = n^2 - 2n$ (splošni člen) , $a_{n+1} = 3a_n + 1$, $a_1 = 2$ (z rekurzivno formulo in začetnim členom)

Zaporedje grafično predstavimo kot množico točk.
Npr. graf zaporedja , podanega s splošnim členom $a_n = (-1)^n\, n$ (zaporedje –1,2, –3,4, –5,6, ...) so točke (1, –1), (2, –2), (3,3), (4, –4) ..



Zaporedje **narašča**, če je vsak naslednji člen večji od prejšnjega: $a_{n+1} > a_n$
Zaporedje **pada**, če je vsak naslednji člen manjši od prejšnjega: $a_{n+1} < a_n$
Zaporedje, v katerem so vsi členi enaki, imenujemo **konstantno** zaporedje.
Zaporedje, v katerem so členi paroma negativni oz, pozitivni, se imenuje alternirajoče (menjujejo se pozitivni in negativni členi).

Zaporedje je lahko omejeno navzgor, ima zgornjo mejo, ali pa navzdol (ima spodnjo mejo).
Zaporedje je **omejeno** navzgor, če obstaja realno število M, tako da so vse vrednosti zaporedja manjše ali enake temu številu ($a_n \leq M$).
Zaporedje je omejeno navzdol, če obstaja realno število m, tako da so vsi členi zaporedja večji ali enaki temu številu ($a_n \geq m$)
Če ima zaporedje zgornjo in spodnjo mejo, pravimo, da je omejeno.

PRIMER:

Dana so zaporedja s členi: $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = 2^n$, $c_n = 3^{-n}$. Katere od navedenih lastnosti imajo?

V zaporedju je splošni člen podan s predpisom $a_n = \frac{n+1}{2n}$. Izračunaj prvih pet členov.

OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

92. Kako izračunamo vrednost glavnice G po n letih, če je obrestovanje navadno, pripis obresti leten in obrestna mera p?

PRIMER:
Na kolikšno vrednost naraste 10 000 SIT v sedmih letih, če je obrestovanje navadno, pripis obresti leten in obrestna mera 4%.

93. Kako izračunamo vrednost glavnice G po n letih, če je obrestovanje obrestno, pripis obresti leten in obrestna mera p?

PRIMER:
Na kolikšno vrednost naraste 10 000 SIT v sedmih letih, če je obrestovanje obrestno, pripis obresti leten in obrestna mera 4%.

94. Kaj je amortizacijski načrt in kaj anuiteta?

PRIMER:
Izračunaj anuiteto za kredit v višini 100 000 SIT, ki ga bomo odplačali v treh mesečnih obrokih. Prvi obrok plačamo mesec dni po dvigu kredita?

STATISTIKA

95. Kako nazorno predstavljamo statistične podatke? Kaj je histogram, kaj frekvenčni poligon in kaj frekvenčni kolač?

PRIMER:
Grafično prikažite naslednje podatke o masi 100 naključno izbranih zavitkov bombonov:

masa v g	97	98	99	100	101
št. zavitkov	10	20	30	35	5

96. Opišite osnovne statistične pojme: populacija, vzorec, statistična enota, statistična spremenljivka in vrednost spremenljivke.

PRIMER:
Zavod za šolstvo zbira podatke o priljubljenosti matematike med slovenskimi maturanti. Svojo naklonjenost matematiki vsak anketiranec ocenjuje s točkami od 1 do 5. Opišite osnovne statistične pojme pri tej raziskavi.

97. Opiši mere srednje vrednosti (aritmetična sredina, modus, mediana).

PRIMER:
Miha je metal igralno kocko in beležil število padlih pik. Trideset krat je padla ena pika, enaindvajset krat dve piki, trideset krat tri pike, štiriindvajset krat štiri pike, osemnajstkrat pet pik in sedemindvajset krat šest pik. Izračunaj in poimenuj vse tri mere srednje vrednosti.

98. Opiši mere razpršenosti (variacijski razmik, varianca, standardni odklon).

PRIMER:
Za ocene 1, 4, 3, 5, 1, 2 in 3 izračunaj vse tri mere razpršenosti.

99. Kaj pomenijo pojmi vrednost spremenljivke, absolutna in relativna frekvenca, kumulativna frekvenca.

PRIMER:
V tovarni bombonov so prešteli, število bombonov v 10 naključno izbranih vrečkah in dobili sledeče rezultate: 39, 42, 40, 40, 41, 40, 40, 42, 41, 42. Podatke prikaži v tabeli, ki naj vsebuje vrednosti spremenljivke, absolutno in relativno frekvenco ter kumulativno frekvenco.