OBRESTNI RAČUN

Oznake in poimenovanja

Glavnica ali kapital (G)– znesek kredita; znesek, ki ga imamo v nekem obdobju

Obresti (o) – znesek, ki ga moramo odplačati poleg glavnice (obratno, znesek ki se nam ga ob investiciji vrne poleg glavnice)

Obrestna mera (p) – je v odstotkih izražen znesek, ki ga po nekem obdobju obrestovanja pripišemo glavnici

Obrestovalna doba (n ali m) – obdobje, v keterem se nam na glavnico pripišejo obresti (najbolj pogosto je to obdobje eno leto, včasih tudi pol leta, en mesec, itd.)

Če je obrestovalna doba letna, ji rečemo **osnovna obrestovalna doba** ali **kapitalizacijska doba.** (v primeru enega meseca rečemo da je to $\frac{1}{12}$ letne obr. dobe, v primeru enega dneva je to $\frac{1}{365}$ ali $\frac{1}{366}$ letne obr. dobe)

Celotno obdobje odplačevanja ali varčevanja imenujemo čas obrestovanja.

Ko si nek znesek izposodimo od finančne ustanove, govorimo o tem, da vračamo **dolg**, ki je sestavljen iz:

- dejanskega zneska, ki smo ga dobili (glavnice)
- ter obresti, ki jih plačamo, zato da smo si ta denar lahko izposodili.

Ko znesek vložimo v finančno ustanovo, govorimo o **vlogi**. Znesek, ki ga dobimo po določenem obdobju, je sestavljen iz:

- dejanskega zneska, ki smo ga vložili (glavnice)
- ter obresti, ki nam jih je dala finančna ustanova, zato ker smo pri njih vložili svoj denar.

Višina obresti je vedno odvisna od naslednjih faktorjev:

- glavnice ali začetnega kapitala
- časa obrestovanja
- obrestne mere

S takim denarnim poslovanjem se v vsakdanjem življenju pogosto srečujemo, ko varčujemo, najemamo in odplačujemo kredit, ustvarjamo dobiček in podobno. Postopek takega poslovanja imenujemo obrestovanje.
Najpogosteje se srečamo s t.i. navadnim obrestovanjem in obrestnim obrestovanjem, ki ga lahko rešujemo kot matematični problem z uporabo aritmetičnega in geometrijskega zaporedja.

Navadno in obrestno obrestovanje

1. Navadno obrestovanje

Navadno ali **enostavno obrestovanje** je obrestovanje, pri katerem se ves čas obrestuje le začetni kapital brez dodanih obresti. To pomeni, da znesek kapitala v vsakem obrestovalnem obdobju naraste za vedno enako denarno vrednost.

Obresti, ki jih dobimo pri navadnem obrestovanju **glavnice G, po n letih in s p%** obrestno mero, se izračuna po obrazcu:

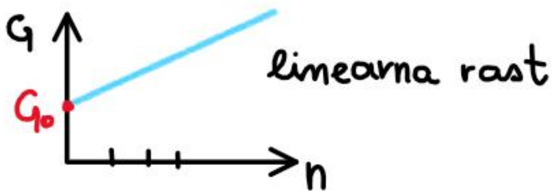
$$\boxed{o = \frac{G \cdot n \cdot p}{100}}$$

Po n letih višina kapitala G_n pri navadnem obrestovanju znaša:

$$\boxed{G_n = G + \frac{G \cdot n \cdot p}{100}}$$

G… znesek na začetku

G_n… znesek po n letih



Pravimo, da vrednost glavnice linearno narašča, tako da je navadno obrestovanje tudi linearno obrestovanje.

(OPOMBA: linearno obrestovanje se danes uporablja zelo redko)

2. Obrestno obrestovanje

Obrestno obrestovanje je obrestovanje, pri katerem se poleg začetnega kapitala obrestujejo tudi obresti. To pomeni, da v vsakem obrestovalnem obdobju dobljene obresti prištejemo glavnici in v nadaljnjem obrestovalnem obdobju obrestujemo glavnico s prištetimi obrestmi iz predhodnega obdobja.

Obrestno obrestovanje prinaša večje obresti kot navadno obrestovanje, saj se namesto glavnice v bistvu obrestuje kapital, ki se povečuje z zaključkom vsakega obrestovalnega obdobja.

Če imamo glavnico **G**, ki jo n let obrestno obrestujemo s p % letno obrestno mero, se bo začetna glavnica z leti povečevala na naslednji način:

- začetni znesek G_0
- po enem letu: $G_1 = G_0 + \frac{G_0 \cdot p}{100} = G_0(1 + \frac{p}{100})$
- po dveh letih: $G_2 = G_1 + \frac{G_1 \cdot p}{100} = G_0(1 + \frac{p}{100})^2$
- po treh letih: $G_3 = G_2 + \frac{G_2 \cdot p}{100} = G_0(1 + \frac{p}{100})^3$

vstavimo G_1

vstavimo G_2

…

- Po n letih glavnica znaša:

$$\boxed{G_n = G_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

$$G_n = G_0 \cdot r^n \qquad r = 1 + \frac{p}{100}$$

r… letni obrestovalni faktor

$G_1 = G_0 \cdot r$

$G_2 = G_1 \cdot r = G_0 \cdot r^2$

$G_3 = G_2 \cdot r = G_0 \cdot r^3$

$\vdots$

$G_n = G_0 \cdot r^n$

Rast glavnice je eksponentna, torej rečemo, da je obrestno obrestovanje eksponentno. Vidimo tudi, da so posamezne vrednosti glavnice, členi geometrijskega zaporedja.

Večja kot je obrestna mera, hitreje bo glavnica iz leta v leto naraščala.

Obrestovanje z obrestno mero manjšo od letne obrestne mere

Običajno v praksi pri obrestnem obrestovanju definiramo letno obrestno mero. Vendar lahko obrestno mero preračunavamo tudi na krajša časovna obdobja oz. pripisujemo obresti v polletnem obdobju ali pa na koncu vsakega meseca in celo dneva.

Pri **polletni obrestni meri** se glavnici pripišejo obresti po 6 mesecih obrestovanja, ki se nato, skupaj z glavnico, obrestujejo naprej, v naslednjih 6 mesecih.

Tako je **polletna obrestna mera** enaka: $p_1 = \frac{p}{2}$

Pri **mesečni obrestni meri** pa se glavnici obresti pripisujejo mesečno, ki se nato skupaj z glavnico obrestujejo naprej, v naslednjem mesecu.

Mesečna obrestna mera je enaka: $p_1 = \frac{p}{12}$

Ko imamo **polletno/četrtletno/mesečno/dnevno obrestovalno obdobje** in **polletno/četrtletno/mesečno/dnevno obrestno mero p**, potem velja da glavnica v m polletjih/četrtletjih/mesecih/dneh naraste na:

$$\boxed{G_m = G \cdot r^m} \qquad r = 1 + \frac{p}{100}$$

Izračunali smo enako, kot da bi imeli letno obrestno mero.

Kadar imamo obrestno mero za krajša kapitalizacijska obdobja, imamo pri izračunu obresti na voljo dve različni obrestni meri: relativno in konformno obrestno mero.

1. relativno oz. proporcionalno obrestno mero

Pri uporabi relativne obrestne mere velja, da ob redukciji upoštevamo in prilagajamo obrestno mero na krajša kapitalizacijska obdobja (delimo s številom kapitalizacijskih obdobij).

Ko je kapitalizacija z letno obrestno mero p krajša od enega leta in imamo v enem letu **m kapitalizacijskih obdobij**, potem je pri relativnem obrestovanju **obrestovalni faktor** enak: $r_1 = 1 + \frac{p}{m \cdot 100}$

glavnica pa: $\boxed{G_m = G \cdot r_1^{n \cdot m}}$

Uporaba relativne obrestne mere v bistvu pomeni uporabo navadnega obrestnega računa pri plačilu obveznosti prej kot v enem letu. Vendar, ker so ustrezne obresti lastniku kapitala na voljo prej kot v letu dni, je dejanska obrestna mera avtomatično večja od pogodbene letne obrestne mere.
Na običajnem primeru lahko to hitro opazimo, saj relativna obrestna mera pri pogostejši kapitalizaciji daje večje obresti - dobimo vedno večje končne vrednosti glavnice - kot relativna obrestna mera pri celoletni kapitalizaciji. Kar je v celoti korektno in logično, saj se obresti pripisujejo h glavnici večkrat v nekem kapitalizacijskem obdobju, vendar pa bi morale biti po osnovnem načelu obrestno obrestnega računa obresti pri pogostejši kapitalizaciji enake celoletni.
Zato banke uporabljajo konformno obrestno mero, ki zagotavlja, da dobimo iz začetne glavnice enako končno vrednost glavnice, ne glede na to, kako pogosto je bilo obrestovanje.
Namreč, konformna obrestna mera prinese v enem letu enake obresti kot letna obrestna mera pri celoletni kapitalizaciji.

2. **konformno** oz. **efektivno obrestno mero**

Uporaba konformne obrestne mere pomeni, da ob redukciji obrestno mero prilagodimo tako, da obrestovalni faktor korenimo s pripadajočo kapitalizacijo.

Pri konformnem obrestovanju z letno obrestno mero p, ki je krajša od enega leta, in m je število kapitalizacijskih obdobij v enem letu, dobimo:

obrestovalni faktor, ki je enak $r_1 = \sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} = \sqrt[m]{r}$

glavnico, ki je enaka $\boxed{G_m = G \cdot r_1^{\,n} = G \cdot r^{\frac{n}{m}}}$

Konformno obrestovanje se v bankah pri novih poslih ne uporablja več, so pa nanj kot računsko metodo po zakonu vezani vsi izračuni t. i. efektivne obrestne mere kredita. To pomeni, da banke za kapitalizacijska obdobja, ki so krajša od enega leta, uporabljajo preračunan obrestovalni faktor pri konformnem obrestovanju.

Seznam pojmov obrestnega računa

- **Čas obrestovanja** - časovno obdobje v katerem varčujemo oz. odplačujemo.
- **Dolg** - znesek sestavljen iz glavnice in obresti, ki ga dolgujemo oz. moramo odplačati.
- **Glavnica** ali **začetni kapital** - denarni znesek, ki ga varčujemo, in se obrestuje.
- **Kapitalizacija** - pripis obresti glavnici na koncu obrestovalne dobe.
- **Konformna** ali **efektivna obrestna mera** - pomeni, da moramo iz začetne glavnice s konformno obrestno mero pri pogostejši kapitalizaciji (mesečni) dobiti enako končno vrednost glavnice, kot pri celoletni kapitalizaciji in izhodiščni letni obrestni meri.
- **Letna obrestna mera** - nam pove, kolikšen odstotek od vplačanega ali prejetega zneska znašajo obresti na letni ravni. Izražamo jo v *odstotokih*.

- **Linearno obrestovanje** - metoda za računanje obresti, pri katerem uporabljamo navadni obrestni račun.

- **Navadno obrestovanje** - obrestovanje, pri katerem se obresti obračunavajo od prvotne glavnice.

- **Obresti** - znesek, za katerega se poveča vrednost glavnice. Lahko tudi rečemo, da so obresti nadomestilo za uporabo določenega zneska denarja,

- **Obrestna mera** - znesek, ki ga plačamo za izposojen denar oziroma prihodek, ki ga dobimo z varčevanjem. Izražamo jo v *odstotkih*.

- **Obrestovalna doba** ali **kapitalizacijsko obdobje** - obdobje na koncu katerega se glavnici pripisujejo obresti. Običajna obrestovalna doba znaša *mesec*, *četrtletje*, *polletje*, *eno leto*.

- **Obrestno obrestovanje** - obrestovanje, pri katerem se obresti prištevajo glavnici po vsakem kapitalizacijskem obdobju. Vsakič se obrestuje glavnica s prištetimi obrestmi.

- **Obrestovalni faktor** - temelji na obrestni meri pri obrestnem obrestovanju.

- **Obrok** ali **anuiteta** - je znesek, ki ga plačujemo posojilodajalcu v določenih časovnih obdobjih pri odplačevanju dolga.

- **Relativna obrestna mera** - je obrestna mera, ki je tolikokrat manjša od letne obrestne mere, kolikokrat je kapitalizacijsko obdobje krajše od enega leta.

- **Vloga** - znesek, ki ga vložimo v finančno ustanovo.

Obročna vplačila in izplačila

V vsakdanjem življenju se pogosto srečamo s t.i. obročnim vplačevanjem ali izplačevanjem enako visokih zneskov - obrokov - v enakih časovnih odobjih.

Če dolgoročno varčujemo in redno vsak mesec na varčevalni račun polagamo enako visoke zneske, imenujemo to **obročno vplačevanje**.

Podobno lahko z rednimi izplačili, ponovno v enakih časovnih obdobjih, prejemamo del vrednosti nekega vloženega kapitala. Takrat govorimo o **obročnem izplačevanju**.

Če vlogo izčrpavamo v enakih obrokih, govorimo o **renti.**

Znesek, s katerim odplačujemo dolg v določenem časovnem obdobju, in je sestavljen iz dela glavnice dolga ter pripadajočih obresti, imenujemo **anuiteta**. Mesečna anuiteta je mesečni obrok.

Če dolg odplačujemo v enakih obrokih in v enakih časovnih obdobjih, govorimo o **amortizaciji dolga.**

Izdelan načrt, kako bomo odplačali dolg, imenujemo **amortizacijski načrt.**

Obročna vplačila – obrok

Pri obročnem vplačevanju vplačujemo obrok vsako leto, poljubno število let. Višino obroka v poljubni denarni valuti označimo z oznako a, število let vplačevanja pa označimo z oznako n.

Potek obročnega vplačevanja:

Višina obroka (a)	a	a	a	a	a
Št. Let (n)	1	2	…	n - 1	n

Privzamemo, da vsakič vlagamo **na koncu leta**, zato se zadnja vloga ne obrestuje, predzadnja vloga se obrestuje eno leto, predpredzadnja vloga se obrestuje dve leti in tako naprej vse do prve vloge, ki se obrestuje (n – 1) let.

Povedano drugače, najprej plačamo obrok v znesku a, čez eno leto plačamo drugi obrok v višini a, čez dve leti tretji obrok v višini a in tako naprej do n - 1 let, ko plačamo n-ti obrok v višini a.
Vloge se obrestujejo z letnim pripisom obresti in z letno obrestno mero. Zapišimo dobljene naobrestene vloge:

Vloga	a	ar	ar^2	...	ar^{n-2}	ar^{n-1}
Število let obrestovanja (n)	1	2	3	...	n - 1	n

Torej, vsota n enakih letnih obrokov v višini a, v času vplačila zadnjega obroka, znaša:

$$S = a + a \cdot r + a \cdot r^2 + a \cdot r^3 + \ldots + a \cdot r^{n-1}$$

oziroma

$$\boxed{S = \frac{a \cdot (r^n - 1)}{r - 1}} \; ; \text{ kjer je } \; r = 1 + \frac{p}{100}$$

Obročna izplačila – renta

Z obročnim izplačevanjem označujemo črpanje vložene glavnice v obliki periodičnih zneskov. Taka obročna izplačila imenujemo **rente** in pravimo, da prejemamo rento.
Višino rente v poljubni denarni valuti označimo z oznako **a**, število let izplačevanja pa označimo z oznako **n**.

Velja:

vložena naobrestena glavnica = vsoti vseh rent

Višino obročnih vplačil ali izplačil lahko med seboj primerjamo, vendar le v istem časovnem terminu. Če imamo različne časovne termine ali različne valute vplačil oz. izplačil, podatkov med seboj ne moremo primerjati. Zato pri obračunu podatkov vedno upoštevamo načelo, ki pravi, da lahko vloženo glavnico in vsoto rent primerjamo le tako, da obe vrednosti preračunamo na isti časovni termin. Pravimo, da upoštevamo **načelo ekvivalence glavnic**.

Načelo ekvivalence glavnic pravi, da mora biti v istem časovnem terminu **vsota ekvivalentnih vplačil enaka vsoti ekvivalentnih izplačil:**

$$\boxed{G_0 \cdot r^{n_1} = \frac{a \cdot (r^n - 1)}{r - 1}}$$

G_0 ... vložen znesek

n_1 ... čas od trenutka pologa do konca izplačevanja

r ... obrestovalni faktor

n ... čas izplačevanja rente

Amortizacija dolga – posojilo

Najem posojila oz. kreditno poslovanje je sklenitev poslovnega odnosa, ki nastopa med banko kot posojilodajalcem in med najemnikom posojila kot posojilojemalcem. Sklenjeni posel je potrjen s podpisom posojilne (kreditne) pogodbe in obvezo, da bo posojilo odplačano v dogovorjenem obdobju.

Amortizacija dolga označuje odplačevanje takega najetega posojila oziroma dolga z obročnimi zneski v enakih časovnih obdobjih. Tak obročni znesek, ki je sestavljen iz dela glavnice dolga (**razdolžnine**) ter pripadajočih obresti, imenujemo **anuiteta**.

Višino anuitete v poljubni denarni valuti označimo z oznako **a**, število let odplačevanja dolga pa označimo z oznako **n**.
Tudi odplačevanje dolga se obračunava z uporabo načela ekvivalence glavnic.
Velja:

začetni naobresteni dolg = vsoti vseh anuitet

Začetni dolg in obresti obrestujemo od trenutka najema posojila do plačila zadnje anuitete. V tem istem obdobju se med seboj seštevajo tudi anuitete. Njihovo vsoto izračunamo z enakim postopkom kot izračunamo vsoto n enakih letnih obrokov.

Ker lahko znesek dolga in vsoto anuitet primerjamo samo v istem časovnem trenutku, moramo obe vrednosti preračunati na isti trenutek.

Načelo ekvivalence glavnic pri obračunu odplačevanja dolga pravi, da mora biti v istem časovnem terminu naobresteni dolg enak vsoti ekvivalentnih anuitet:

$$\boxed{G_0 \cdot r^{n_1} = \frac{a \cdot (r^n - 1)}{r - 1}}$$

G_0 ... začetni dolg

n_1 ... čas od najema posojila do konca odplačevanja

r ... obrestovalni faktor

n ... čas izplačevanja dolga

Za obračun odplačevanja dolga banka pripravi načrt odplačevanja dolga, ki ga imenujemo **amortizacijski načrt**.

Amortizacijski načrt je načrt odplačevanja dolga, ki v vsakem trenutku pokaže stanje glavnice posojila in plačanih obresti v posamezni dobi odplačevanja dolga.

Sestavljen je iz tabele s šestimi stolpci in n vrsticami:

Leta (n)	Dolg (G_0)	Obresti (o)	Anuiteta (a)	Razdolžnina (R)	Ostanek dolga (OD)
1					
2					
...					
n					
Skupaj:					

Za sestavljanje amortizacijskega načrta upoštevamo naslednja pravila:

1. začetni dolg vnesemo v prvo vrstico tabele (stolpec G_0),
2. obresti v n-ti vrstici izračunamo od dolga v isti vrstici (upoštevajoč p % obrestno mero in pripis obresti),
3. anuiteto v n-ti vrstici izračunamo od dolga v isti vrstici,
4. upoštevamo, da je anuiteta seštevek obresti in razdolžnin v pripadajoči n-ti vrstici,
5. ostanek dolga (OD) v n-ti vrstici izračunamo tako, da od dolga odštejemo razdolžnino,
6. ostanek dolga (OD) v n-ti vrstici zapišemo v naslednjo vrstico kot novi dolg,
7. ponovimo postopek dokler dolg ni poplačan (v stolpcu OD dobimo vrednost 0).

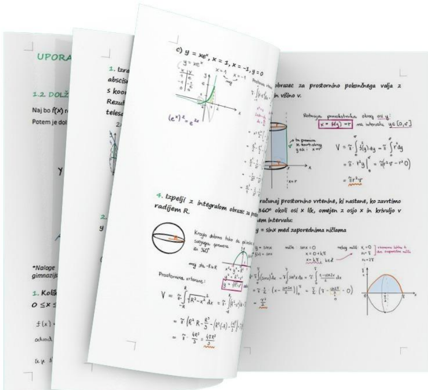
Veljati mora še to:

- zadnja razdolžnina mora biti enaka ostanku dolga v predhodni vrstici,
- vsota razdolžnin je enaka začetnemu dolgu,
- vsota vseh obresti in vseh razdolžnin mora biti enaka vsoti vseh anuitet.

ZBIRKE 1000+ REŠENIH NALOG, KI SO ŽE NA VOLJO:

- ODVOD (pravila za računanje, uporaba odvoda) z vso teorijo in formulami: 230+ nalog

- INTEGRAL (pravila, določeni in nedoločeni integral, metode integriranja, ploščine in prostornine) z vso teorijo in formulami: 170+ nalog



- ZAPOREDJA (lastnosti zaporedij, limita in konvergenca, aritmetično zaporedje, geometrijsko zaporedje in vrsta, obrestni račun): 280+ nalog

- KOMBINATORIKA IN VERJETNOST (osnovni izrek kombinatorike, permutacije, variacije, kombinacije, binomski izrek, verjetnost): 250+ nalog

- REŠENE MATURITETNE POLE (18 pol; spomladanski rok 2004-2021)

Za dostop do rešenih nalog preveri [TUKAJ.](#)